Cinématique du point

Etude du mouvement ***indépendamment*** des causes qui le provoque.

Entrainement des astronautes

Entrainement des astronautes

https://www.dailymotion.com/video/x2q7exb

Entrainement des astronautes

Problématique

Pourquoi s'entrainer en tournant alors que les phases de décollage et d'atterrissage sont verticales ?

Entrainement des astronautes

Problématique

Pourquoi s'entrainer en tournant alors que les phases de décollage et d'atterrissage sont verticales **?**

Entrainement des astronautes

Problématique

Pourquoi s'entrainer en tournant alors que les phases de décollage et d'atterrissage sont verticales **?**

Il faut apprendre à supporter l'**accélération**!

Entrainement des astronautes

ble

Pour **to** **es phases**

d **er** **ales ?**

Il fau su ration!

https://www.dailymotion.com/video/x85z35i

Comment aborder un problème de mécanique?

Méthode : On indique toujours le système étudié !

On commence toujours par indiquer quel est le **système** considéré.

Définition : Le système

Le ***système*** désigne le corps étudié.

Tout ce qui n'est pas le système est qualifié d'extérieur.

Comment aborder un problème de mécanique?

Méthode : On indique toujours le système étudié !

On commence toujours par indiquer quel est le **système** considéré.

Définition : Le système

Le ***système*** désigne le corps étudié.

Tout ce qui n'est pas le système est qualifié d'extérieur.

L'astronaute dans la fusée

L'astronaute dans la centrifugeuse

Comment aborder un problème de mécanique?

Méthode : On indique toujours le système étudié !

On commence toujours par indiquer quel est le **système** considéré.

Définition : Le système

Le ***système*** désigne le corps étudié.

Tout ce qui n'est pas le système est qualifié d'extérieur.

L'astronaute dans la fusée

L'astronaute dans la centrifugeuse

Comment aborder un problème de mécanique?

Méthode : On indique toujours le référentiel d'étude !

Le mouvement d'un système dépend du choix du référentiel : avant d'aborder un problème de mécanique, dire systématiquement dans quel référentiel on travaille !

Définition : Référentiel

On appelle ***référentiel*** $\mathcal{R}$, lié à un solide (S) de référence, l'***association*** d'un ***repère d'espace***, lié à (S), et d'un ***repère de temps***.

Repère de temps

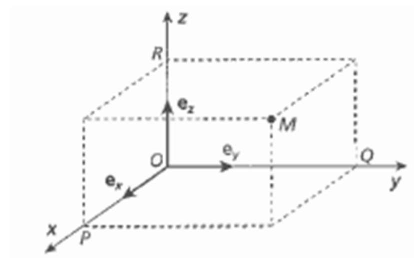
Pour se repérer dans le temps, il faut :

- Un instant d'origine : $t = 0$;
- Une unité de temps : la seconde *s ;*
- Une orientation : sens des temps croissants.

Repère d'espace

Pour se repérer dans l'espace, il faut :

- Un point d'origine O
- Une unité de distance : le mètre *m*
- Des vecteurs définissant des directions (deux en 2D, trois en 3D)



Restrictions de la mécanique classique

On suppose que les valeurs mesurées pour les distances et pour les durées sont indépendantes du référentiel : le ***temps*** et les ***distances*** ont un ***caractère absolu***.

Cette hypothèse associée à la ***mécanique classique*** est mise en défaut quand :

- les vitesses deviennent élevées (à partir de 1/3 de la vitesse de la lumière dans le vide environ) ;
- les forces de gravitation deviennent trop importantes.

Dans le premier cas, il faut avoir recours à la théorie de la ***relativité restreinte***, dans le second cas, à la théorie de la relativité générale.

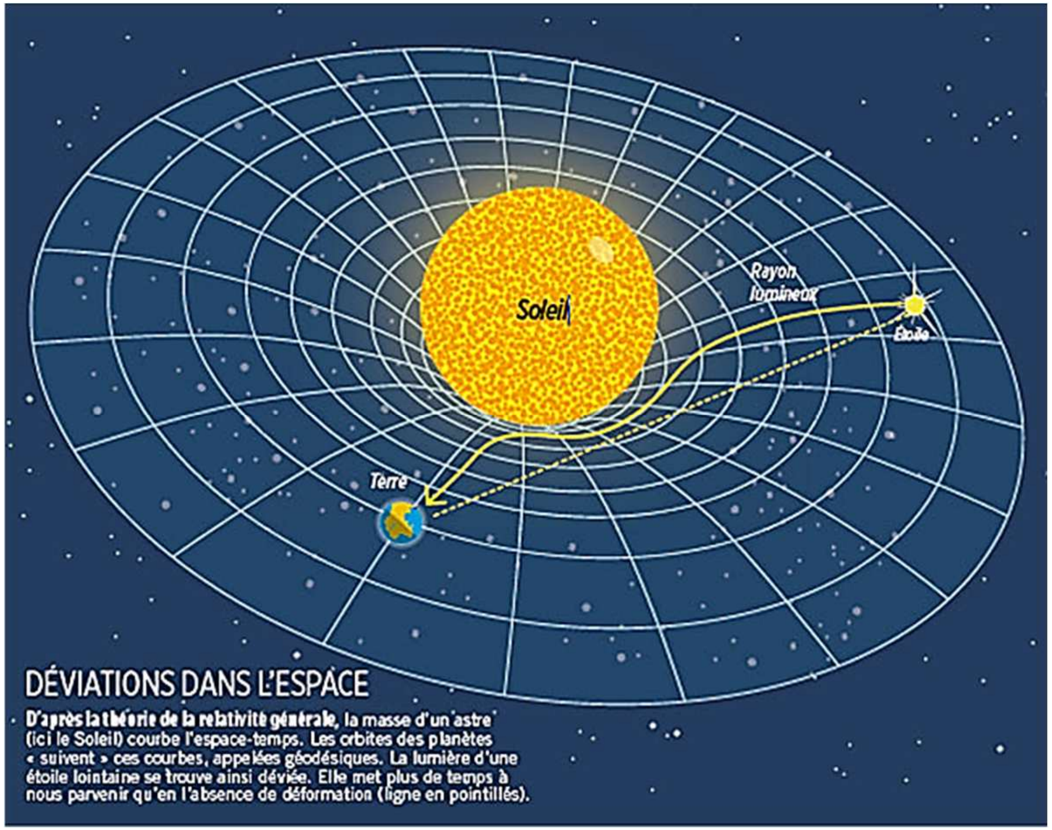
Restrictions de la mécanique classique

On suppose que les valeurs mesurées pour les distances et pour les durées sont indépendantes du référentiel : le ***temps*** et les ***distances*** ont un ***caractère absolu***.

Cette hypothèse associée à la ***mécanique classique*** est mise en défaut quand :

- les vitesses deviennent élevées (à partir de 1/3 de la vitesse de la lumière dans le vide environ) ;
- les forces de gravitation deviennent trop importantes.

Dans le premier cas, il faut avoir recours à la théorie de la relativité restreinte, dans le second cas, à la théorie de la ***relativité générale***.



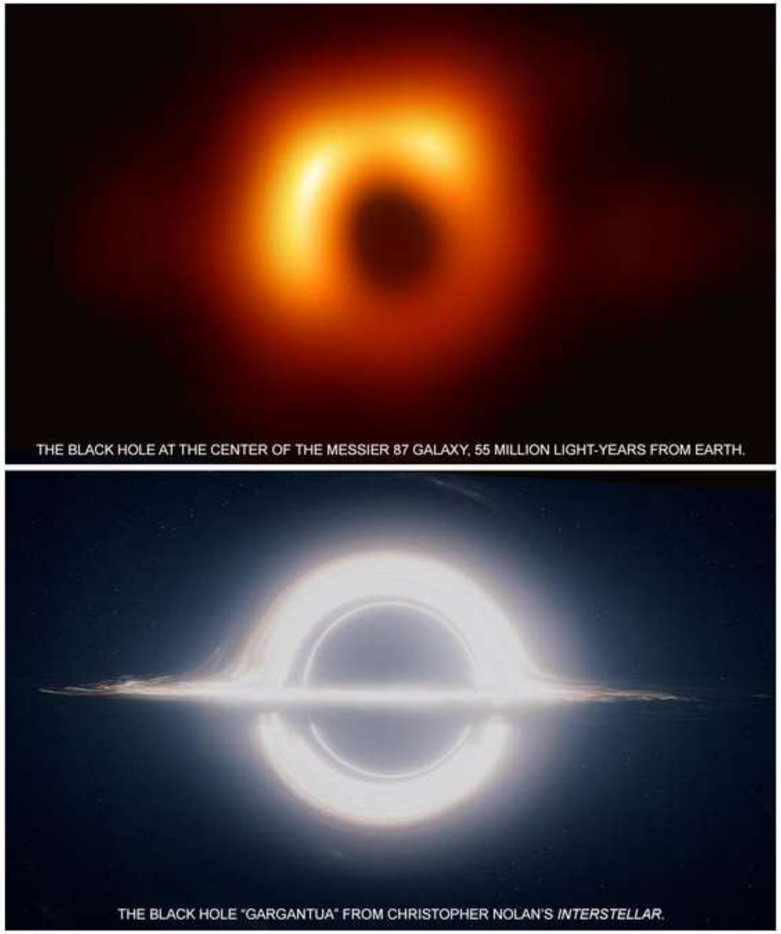
Restrictions de la mécanique classique

On suppose que les valeurs mesurées pour les distances et pour les durées sont indépendantes du référentiel : le ***temps*** et les ***distances*** ont un ***caractère absolu***.

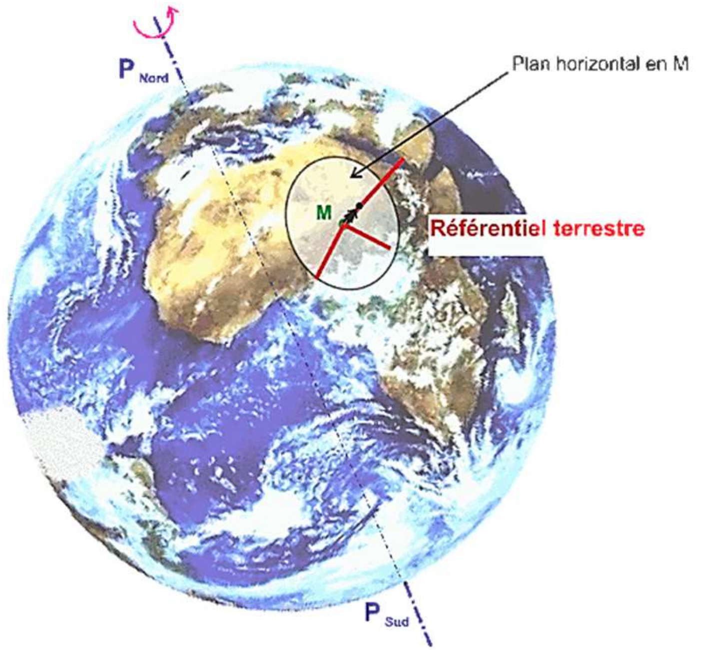
Cette hypothèse associée à la ***mécanique classique*** est mise en défaut quand :

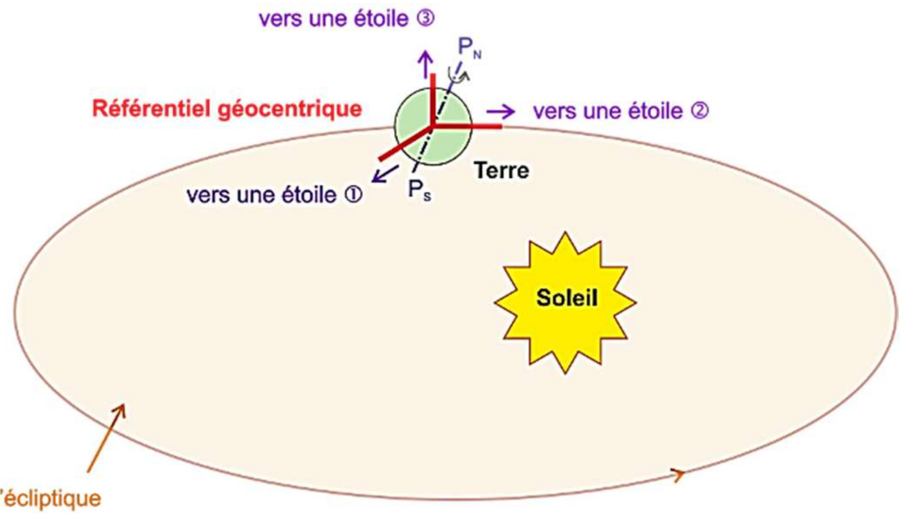
- les vitesses deviennent élevées (à partir de 1/3 de la vitesse de la lumière dans le vide environ) ;
- les forces de gravitation deviennent trop importantes.

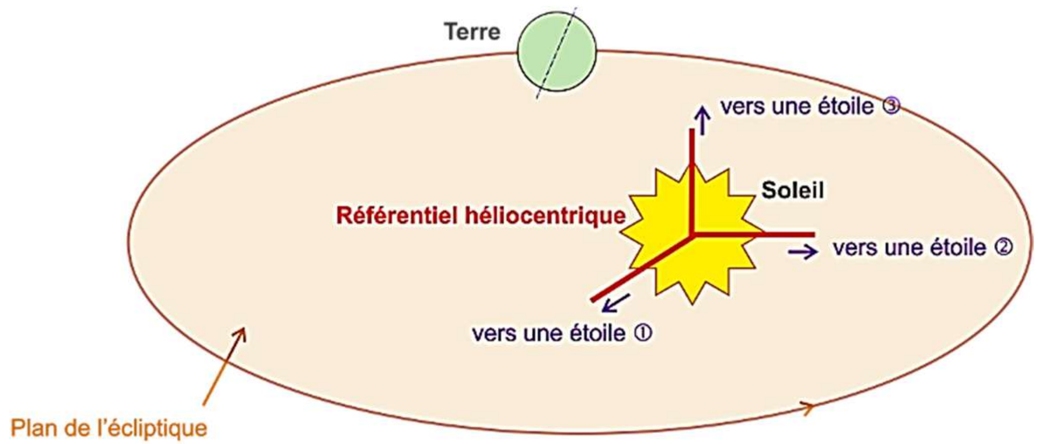
Dans le premier cas, il faut avoir recours à la théorie de la relativité restreinte, dans le second cas, à la théorie de la ***relativité générale***.



Référentiel d'étude





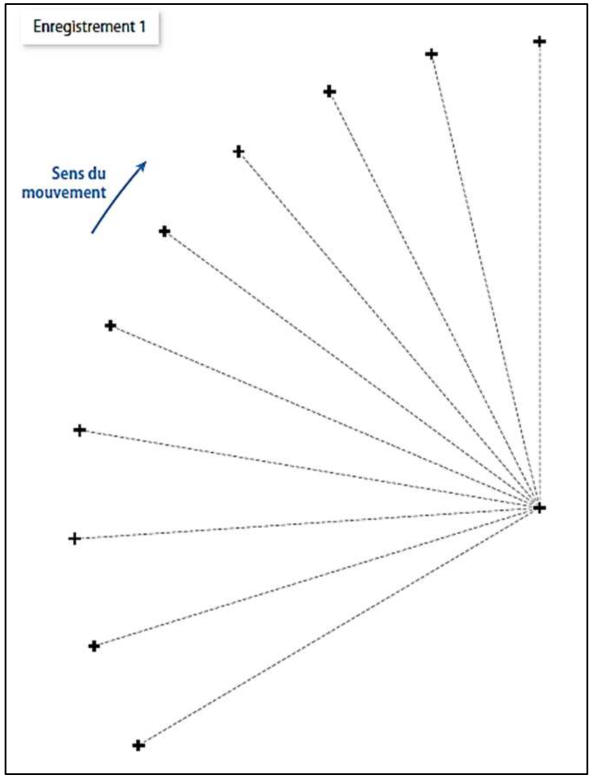


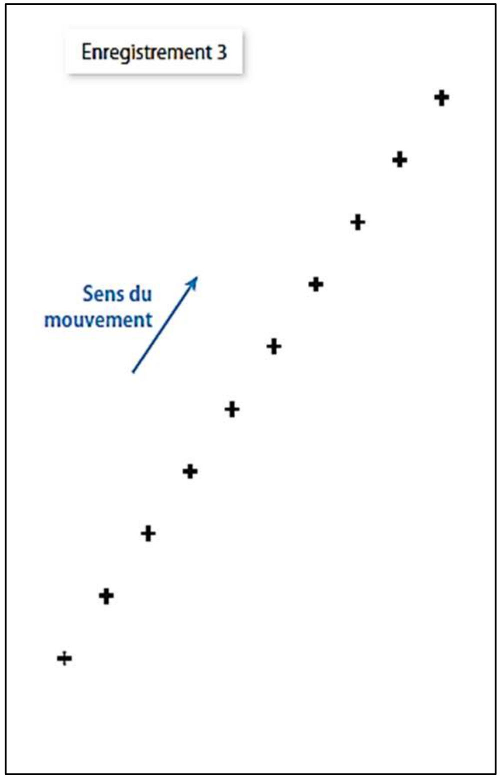
http://www.meridienne.org/atelier/glossaire/referentiel/

Description du mouvement: on y va dans l'ordre!

Définition : Vecteur position

La ***position*** d'un point M à un instant $\boldsymbol{t}$ désigne l'endroit où celui-ci se trouve par rapport à l'origine du repère. Le ***vecteur position*** se note $\overrightarrow{\boldsymbol{OM}}$.





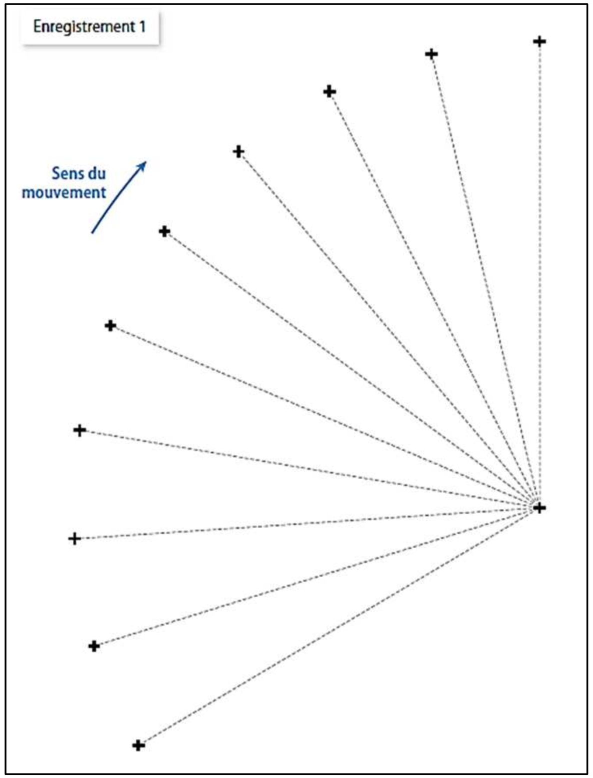
Description du mouvement: on y va dans l'ordre!

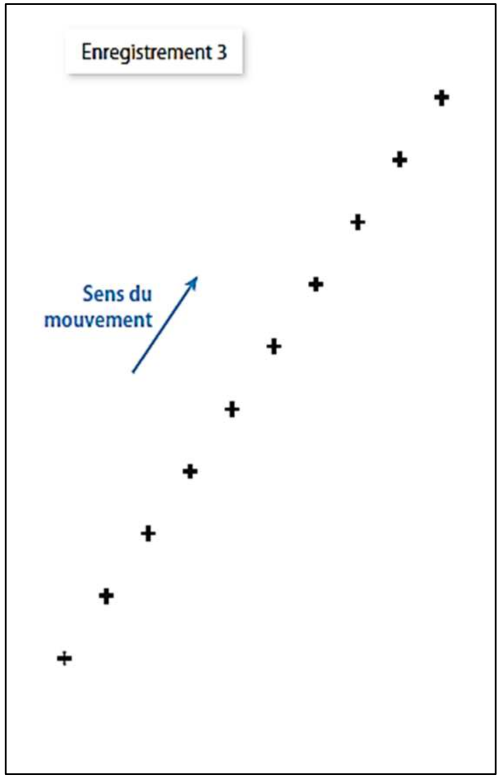
Définition : Vecteur position

La ***position*** d'un point M à un instant $\boldsymbol{t}$ désigne l'endroit où celui-ci se trouve par rapport à l'origine du repère. Le ***vecteur position*** se note $\overrightarrow{\boldsymbol{OM}}$.

Définition : Trajectoire

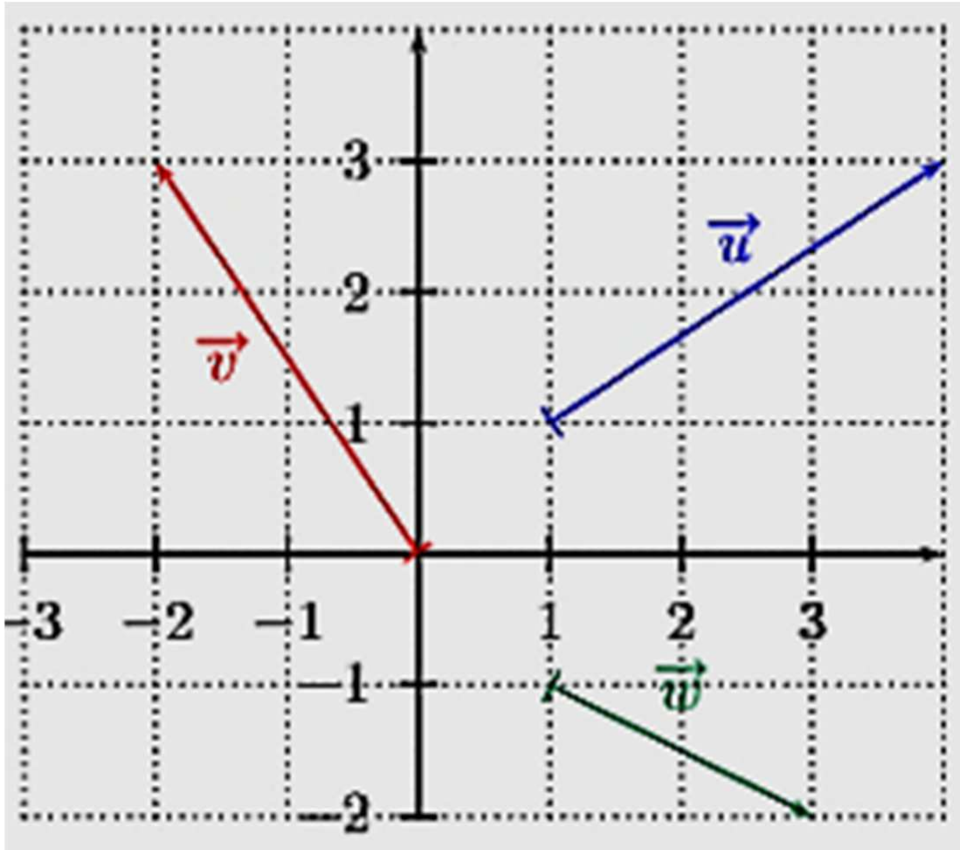
L'ensemble des points occupés successivement par le point M au cours du temps constitue la ***trajectoire*** de ce point. Elle dépend du référentiel.





Savoir-faire 0 – Savoir manipuler des vecteurs

1. Donner les coordonnées du vecteur $\vec{u}$, du vecteur $\vec{v}$ et du vecteur $\vec{w}$.
2. Donner la norme du vecteur $\vec{u}$, du vecteur $\vec{v}$ et du vecteur $\vec{w}$.
3. Construire le vecteur $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ puis donner ses coordonnées. Quelle est sa norme ?
4. Construire le vecteur $\vec{b} = \vec{u} - \vec{w}$ puis donner ses coordonnées. Quelle est sa norme ?
5. Construire le vecteur $\vec{c} = 2.\vec{v} + 3.\vec{w}$ puis donner ses coordonnées. Quelle est sa norme ?



Description du mouvement: on y va dans l'ordre!

Définition : Vecteur vitesse

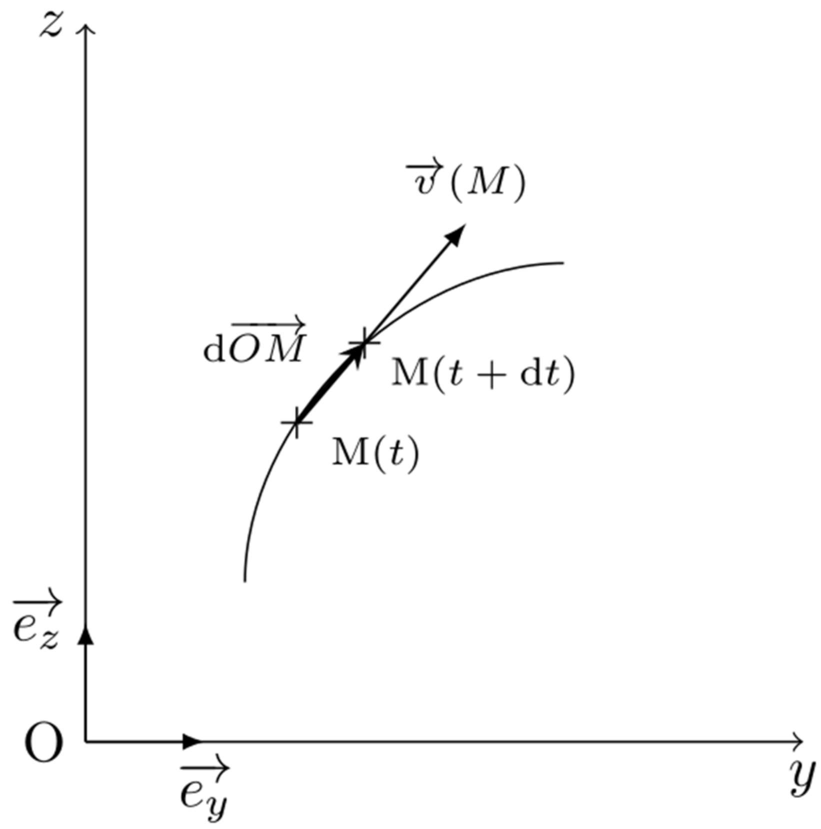
La ***vitesse instantanée*** du point *M* correspond à la variation de sa position par unité de temps :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v}_{M/\mathcal{R}}} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\overrightarrow{OM}(\boldsymbol{t} + \Delta \boldsymbol{t}) - \overrightarrow{OM}(\boldsymbol{t})}{\Delta \boldsymbol{t}} \right)_{\mathcal{R}}$$

d'où

$$\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{v}_{M/\mathcal{R}}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}}}$$

- Le vecteur vitesse correspond donc à la dérivée de la position par rapport au temps.
- La direction de la vitesse est tangente à la trajectoire du système.
- Son sens indique dans quel sens est parcourue la trajectoire.
- La valeur de la vitesse est donnée par la norme du vecteur et s'exprime en m.s^{-1}.
- Par définition, $\overrightarrow{\boldsymbol{v}_{M/\mathcal{R}}}$ est tangent à la trajectoire au point *M*.



https://www.physagreg.fr/mecanique-11-chute-libre.php

Description du mouvement: on y va dans l'ordre!

Définition : Vecteur vitesse

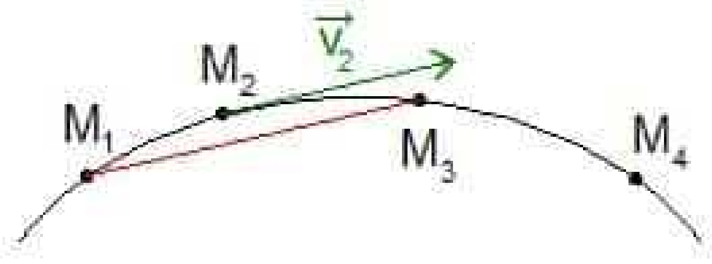
La ***vitesse instantanée*** du point *M* correspond à la variation de sa position par unité de temps :

$$\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t} \right)_{\mathcal{R}}$$

d'où

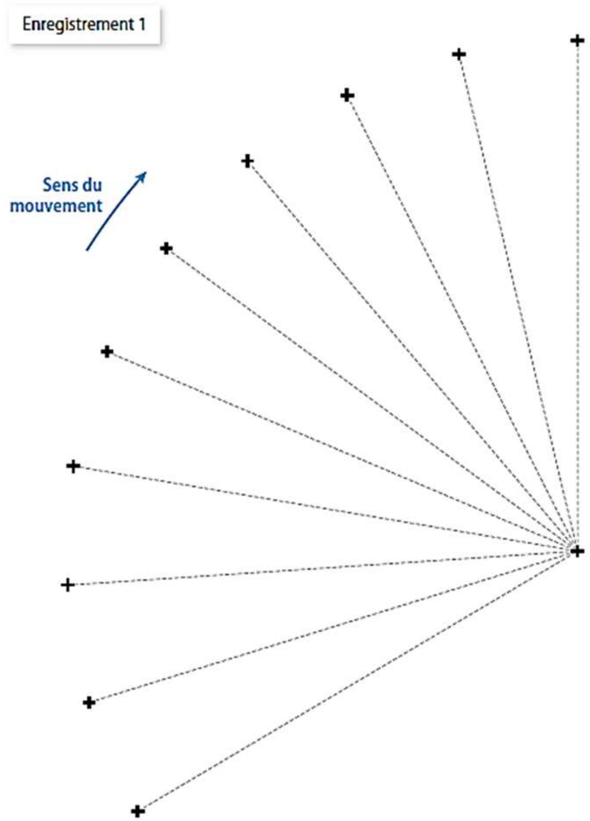
$$\boxed{\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}}}$$

- Le vecteur vitesse correspond donc à la dérivée de la position par rapport au temps.
- La direction de la vitesse est tangente à la trajectoire du système.
- Son sens indique dans quel sens est parcourue la trajectoire.
- La valeur de la vitesse est donnée par la norme du vecteur et s'exprime en m.s^{-1}.
- Par définition, $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$ est tangent à la trajectoire au point *M*.



$$\overrightarrow{v_i} = \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{2.\Delta t}$$

Description du mouvement: on y va dans l'ordre!



$$\overrightarrow{v_i} = \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{2.\Delta t}$$

Description du mouvement: on y va dans l'ordre!

Définition : Vecteur accélération

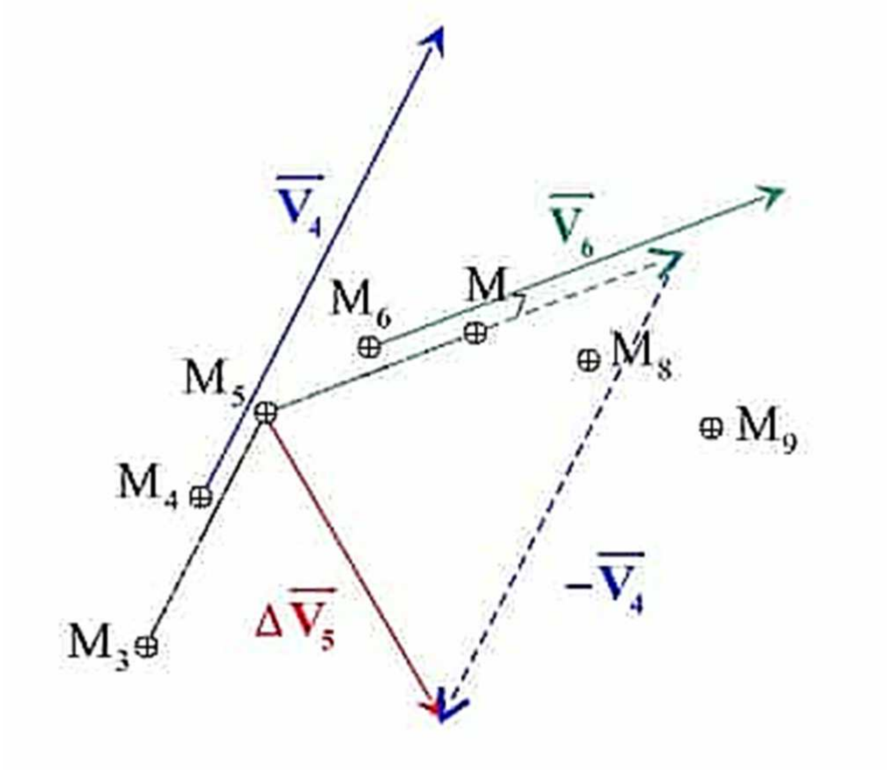
L'***accélération*** du point *M* correspond à la variation de sa vitesse par unité de temps

$$\overrightarrow{\boldsymbol{a}_{M/\mathcal{R}}} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\overrightarrow{\boldsymbol{v}_{M/\mathcal{R}}}(\boldsymbol{t}+\Delta \boldsymbol{t}) - \overrightarrow{\boldsymbol{v}_{M/\mathcal{R}}}(\boldsymbol{t})}{\Delta \boldsymbol{t}} \right)_{\mathcal{R}}$$

d'où

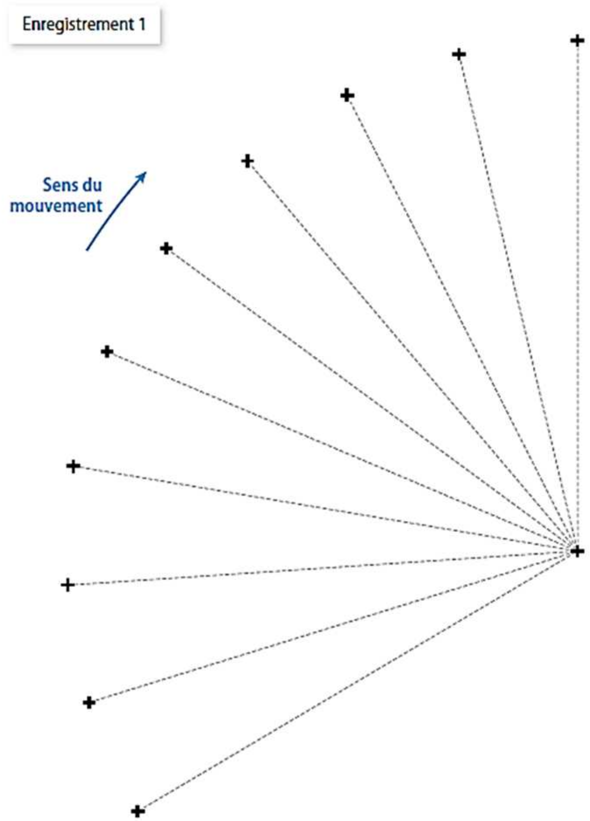
$$\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{a}_{M/\mathcal{R}}} = \left(\frac{d\overrightarrow{\boldsymbol{v}_{M/\mathcal{R}}}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \right)_{\mathcal{R}}}$$

- Le vecteur accélération correspond à la dérivée de la vitesse par rapport au temps.
- La valeur de l'accélération est donnée par la norme du vecteur et s'exprime en m.s^{-2}.



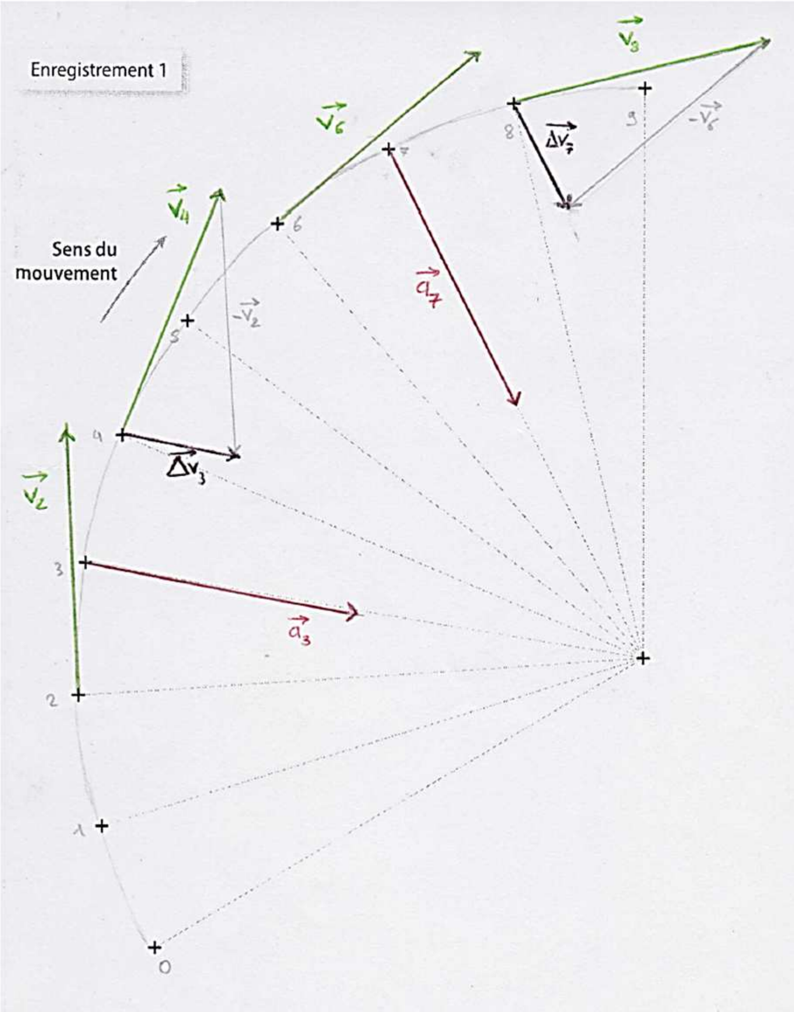
$$\overrightarrow{\boldsymbol{a}_i} = \frac{\overrightarrow{v_{i+1}} - \overrightarrow{v_{i-1}}}{\mathbf{2}.\Delta \boldsymbol{t}} = \frac{\Delta\overrightarrow{v_i}}{\mathbf{2}.\Delta \boldsymbol{t}}$$

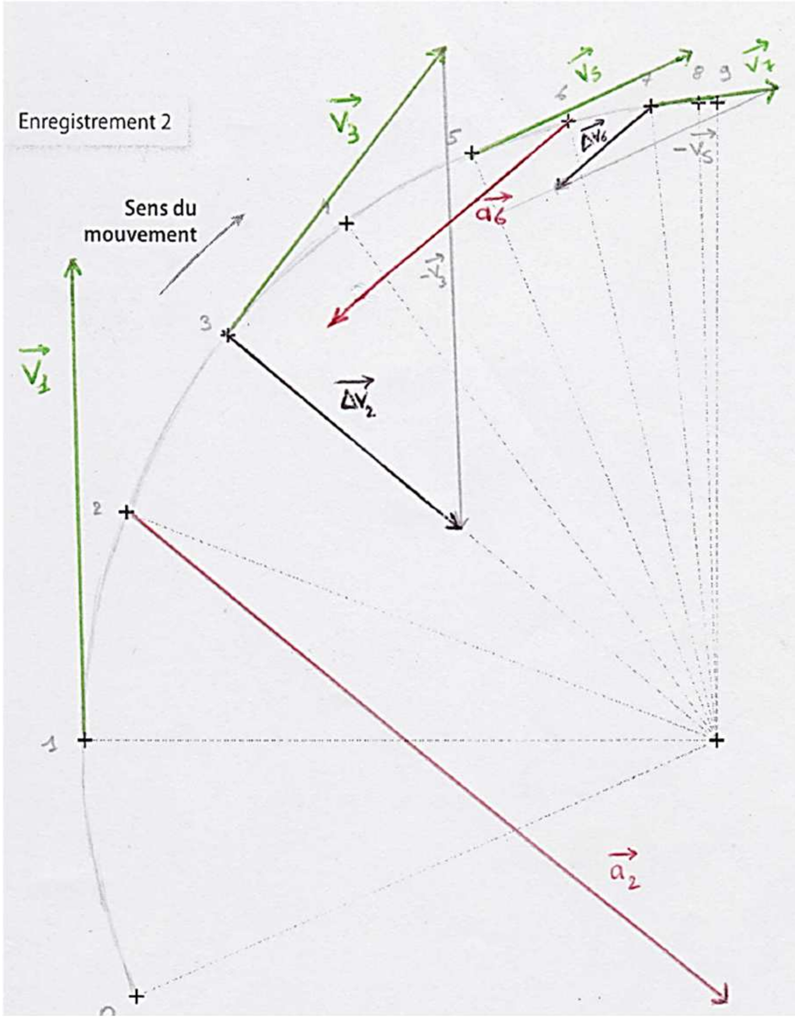
Description du mouvement: on y va dans l'ordre!

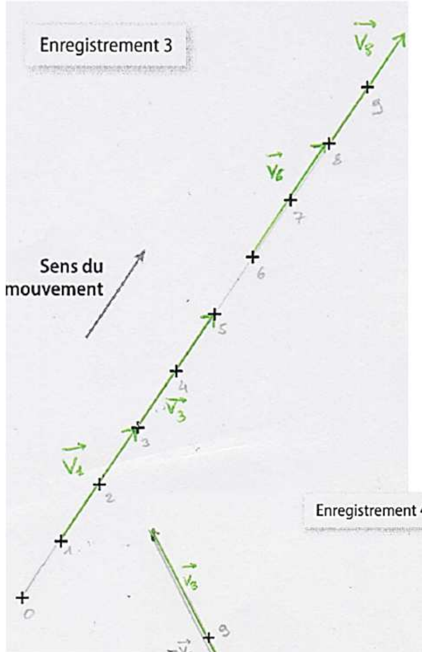


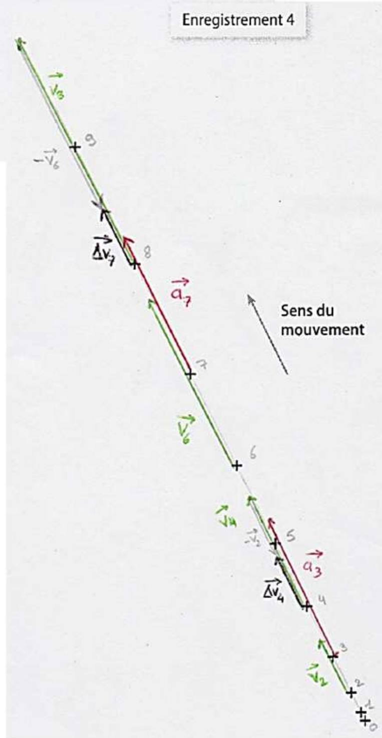
$$\overrightarrow{\boldsymbol{a_i}} = \frac{\overrightarrow{v_{i+1}} - \overrightarrow{v_{i-1}}}{\boldsymbol{2.\Delta t}} = \frac{\Delta\overrightarrow{v_i}}{\boldsymbol{2.\Delta t}}$$

Résultat pour les différents tracés









Caractéristiques du mouvement

Définition : Caractéristiques d'un mouvement

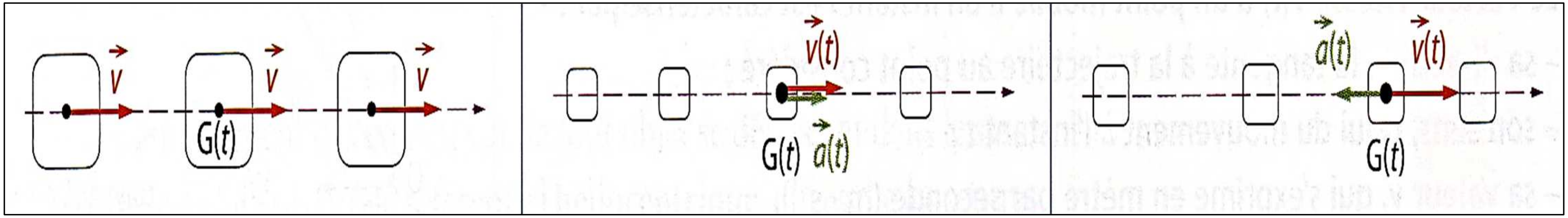
Le premier adjectif caractérise le type de trajectoire. Le mouvement est dit :

- ***rectiligne*** si la trajectoire est une droite.
- ***circulaire*** si la trajectoire est un cercle.
- ***elliptique*** si la trajectoire est une ellipse.

Le second adjectif caractérise la variation de vitesse. Le mouvement est dit :

- ***uniforme*** si la norme de la vitesse est constante $||\vec{v}|| = c^{ste}$.
- ***accéléré*** si la norme de la vitesse augmente ($\vec{v}.\vec{a} > 0$).
- ***ralenti*** si la norme de la vitesse diminue ($\vec{v}.\vec{a} < 0$).

Rectiligne uniforme — Rectiligne accéléré — Rectiligne ralenti



Caractéristiques du mouvement

Définition : Caractéristiques d'un mouvement

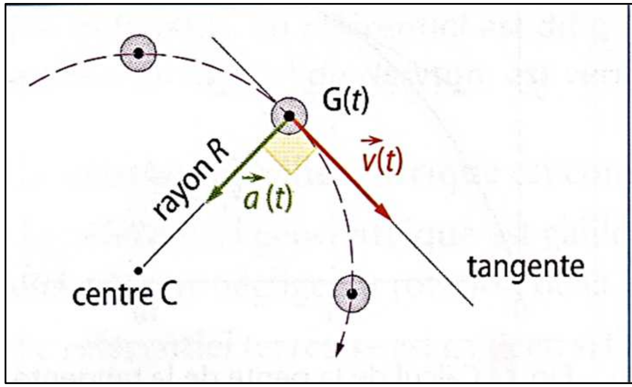
Le premier adjectif caractérise le type de trajectoire. Le mouvement est dit :

- ***rectiligne*** si la trajectoire est une droite.
- ***circulaire*** si la trajectoire est un cercle.
- ***elliptique*** si la trajectoire est une ellipse.

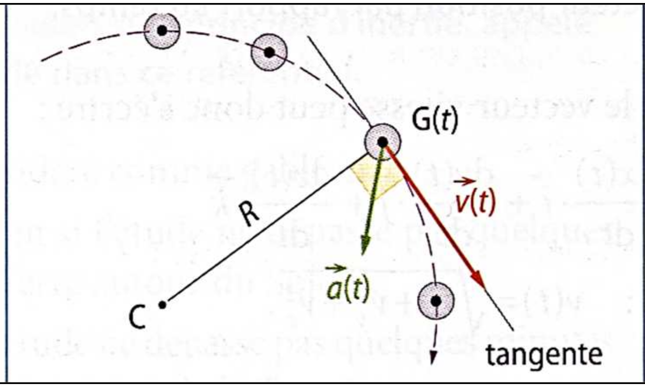
Le second adjectif caractérise la variation de vitesse. Le mouvement est dit :

- ***uniforme*** si la norme de la vitesse est constante $||\vec{v}|| = c^{ste}$.
- ***accéléré*** si la norme de la vitesse augmente ($\vec{v}.\vec{a} > 0$).
- ***ralenti*** si la norme de la vitesse diminue ($\vec{v}.\vec{a} < 0$).

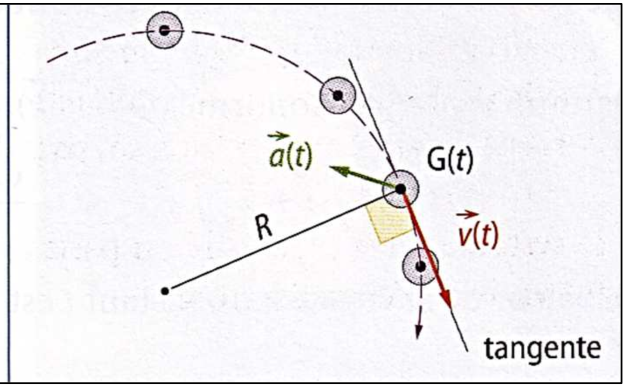
Circulaire uniforme



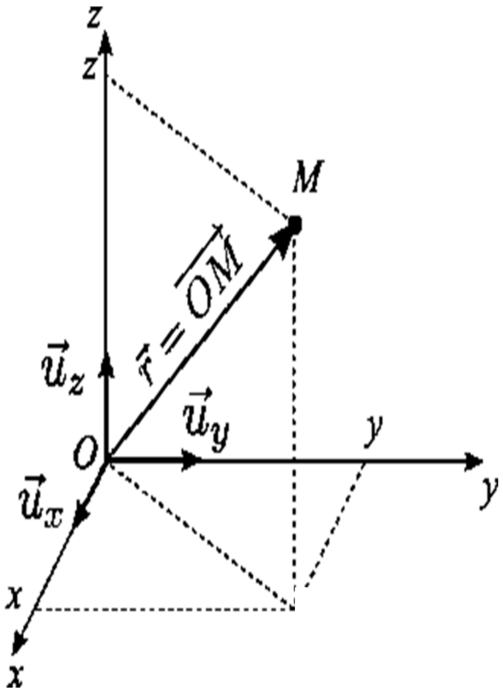
Circulaire accéléré



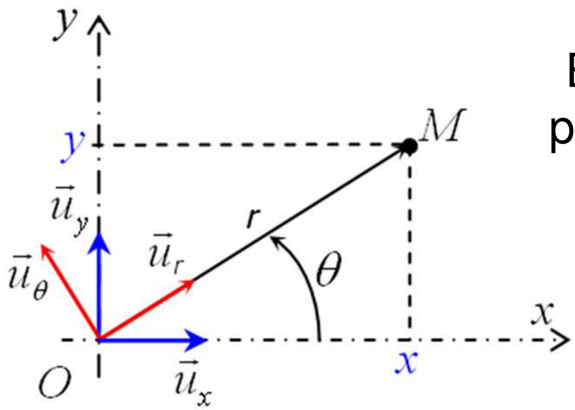
Circulaire ralenti



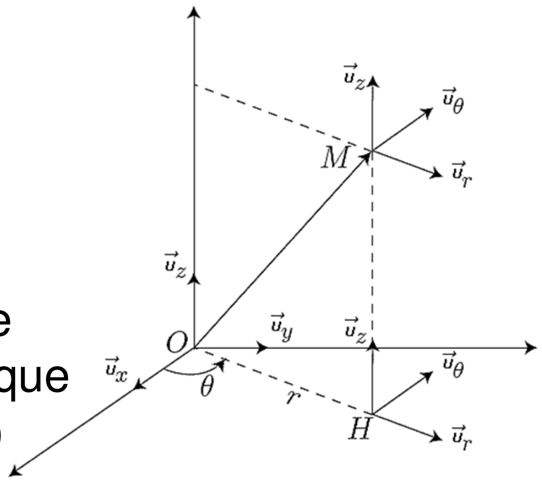
Exprimer les vecteurs dans la base adaptée



Base cartésienne

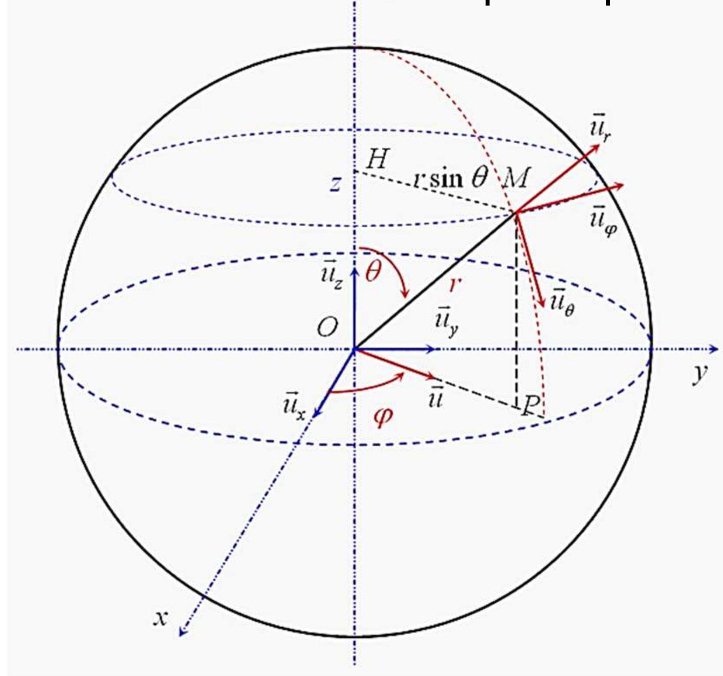


Base polaire (2D)



Base cylindrique (3D)

Base sphérique



Savoir-faire 1 – Choisir un système de coordonnées adapté au problème

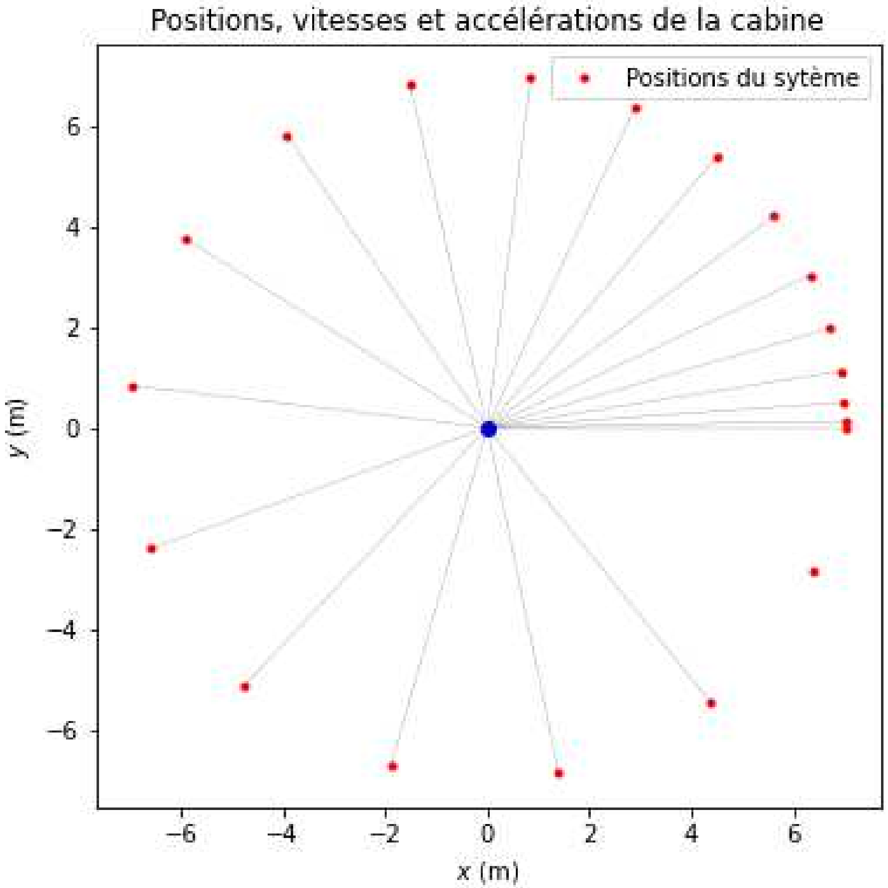
Pour chaque cas ci-dessous, choisir le meilleur repère (cartésien, polaire ou cylindrique) pour décrire le mouvement. Préciser l'origine choisie.

Savoir-faire 2 – Établir les expressions des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans le cas des coordonnées cartésiennes

On se place dans un repère en coordonnées cartésiennes.

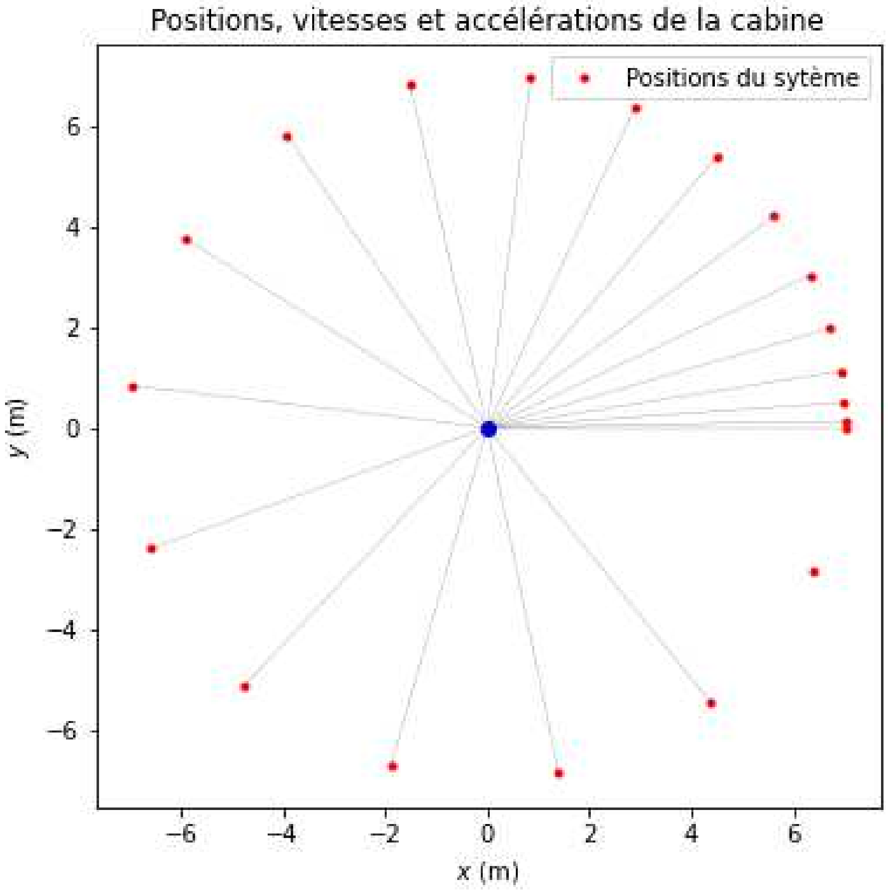
1. Faire un schéma du repère. Placer un point M de coordonnées x, y, z.
2. Donner les expressions des vecteurs position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$.
3. Schématiser puis exprimer le déplacement élémentaire $d\vec{\ell}$ dans ce repère. Retrouver alors l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$.

Retour sur la centrifugeuse



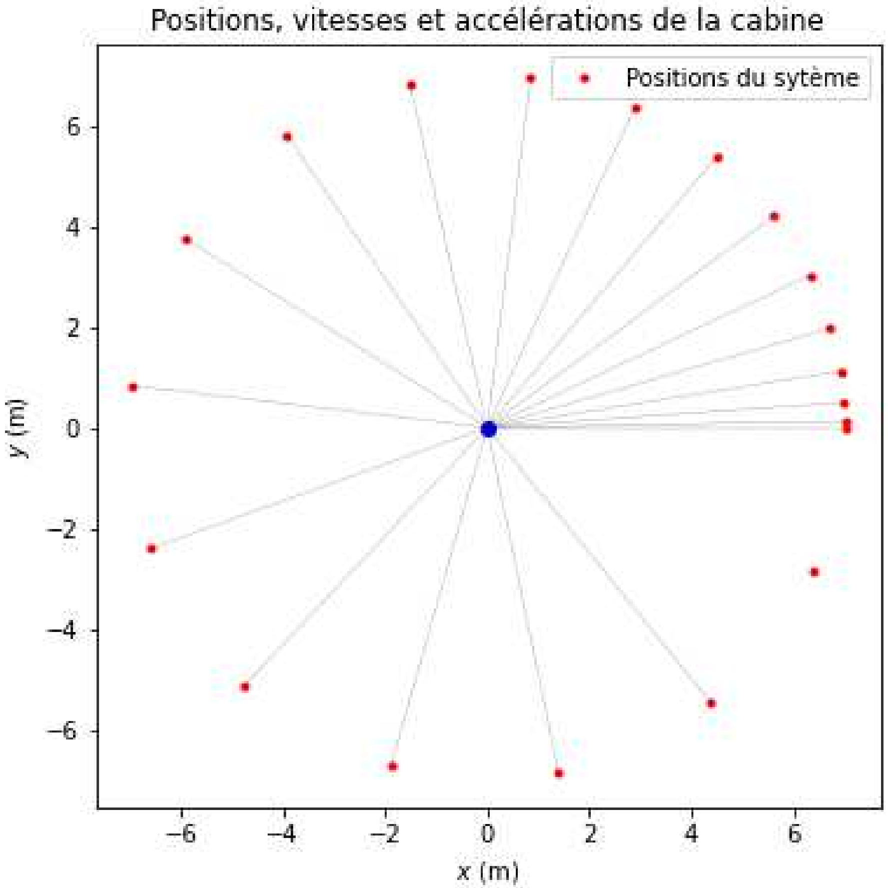

```
#######   CALCULS DES VITESSES ET DES ACCELERATIONS (PARTIE A MODIFIER)   ###

#Calculs approchés des coordonnées des vitesses
for i in range(1,N-1):
    vx[i] =
    vy[i] =

#Calculs approchés des coordonnées des accélérations
for i in range(2,N-2):
    ax[i] =
    ay[i] =
```

Retour sur la centrifugeuse



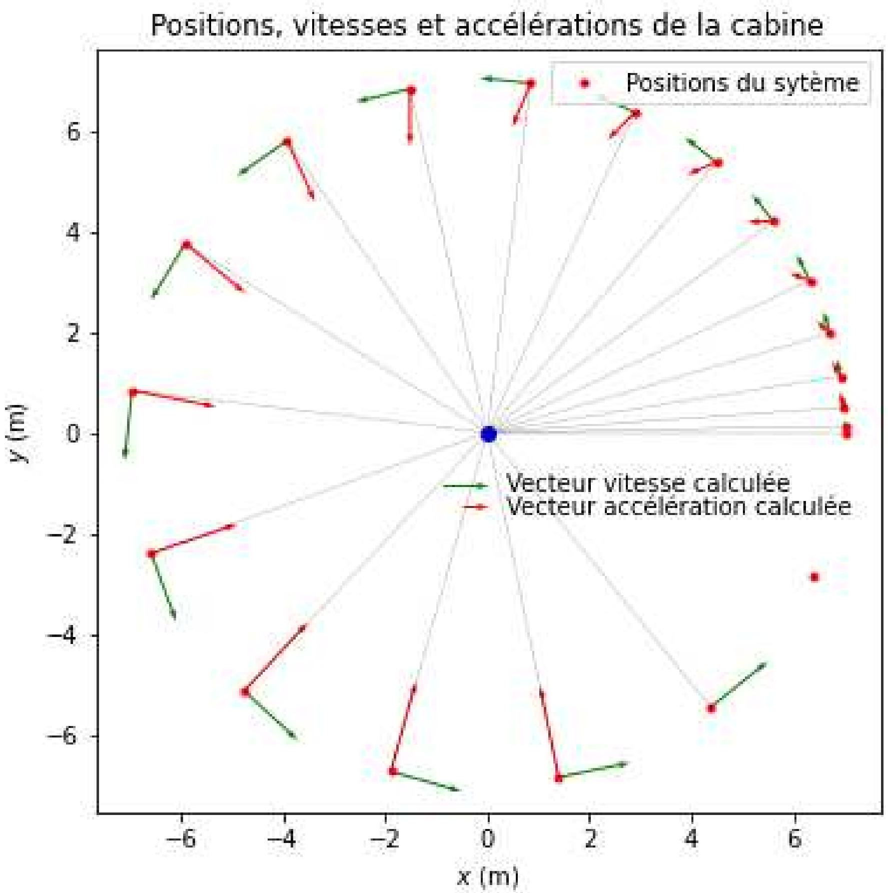

```
######   CALCULS DES VITESSES ET DES ACCELERATIONS (PARTIE A MODIFIER)   ###

#Calculs approchés des coordonnées des vitesses
for i in range(1,N-1):
    vx[i] = (x[i+1]-x[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
    vy[i] = (y[i+1]-y[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])

#Calculs approchés des coordonnées des accélérations
for i in range(2,N-2):
    ax[i] =
    ay[i] =
```

Retour sur la centrifugeuse




```
######   CALCULS DES VITESSES ET DES ACCELERATIONS (PARTIE A MODIFIER)   ####

#Calculs approchés des coordonnées des vitesses
for i in range(1,N-1):
    vx[i] = (x[i+1]-x[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
    vy[i] = (y[i+1]-y[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])

#Calculs approchés des coordonnées des accélérations
for i in range(2,N-2):
    ax[i] = (vx[i+1]-vx[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
    ay[i] = (vy[i+1]-vy[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
```

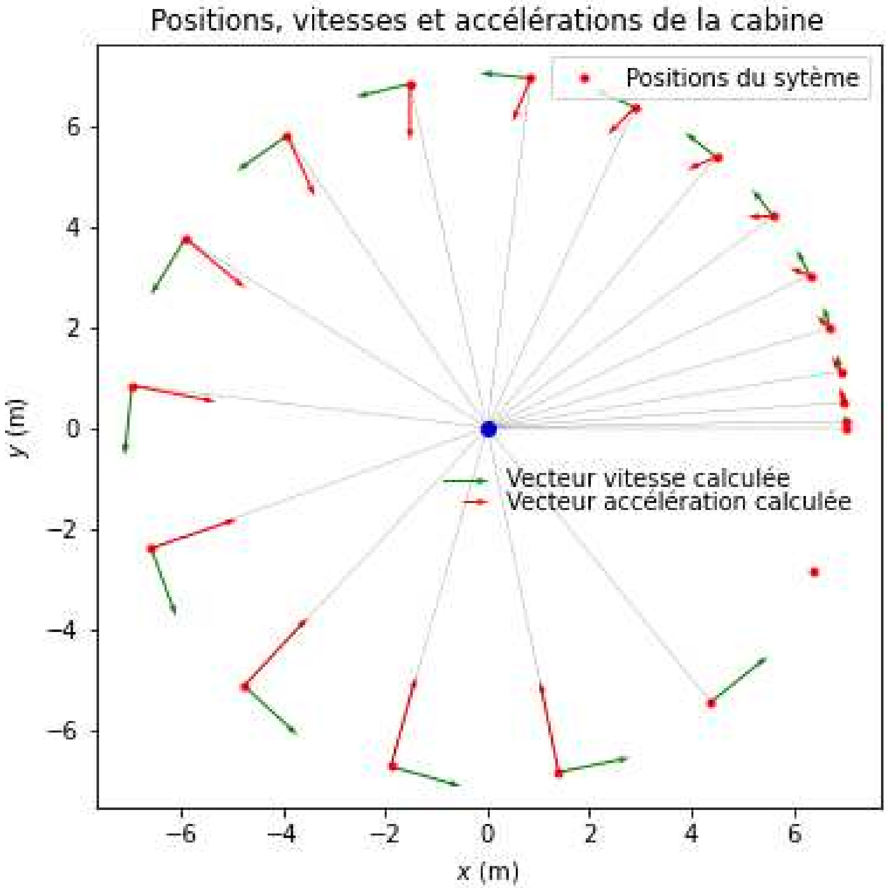
Retour sur la centrifugeuse

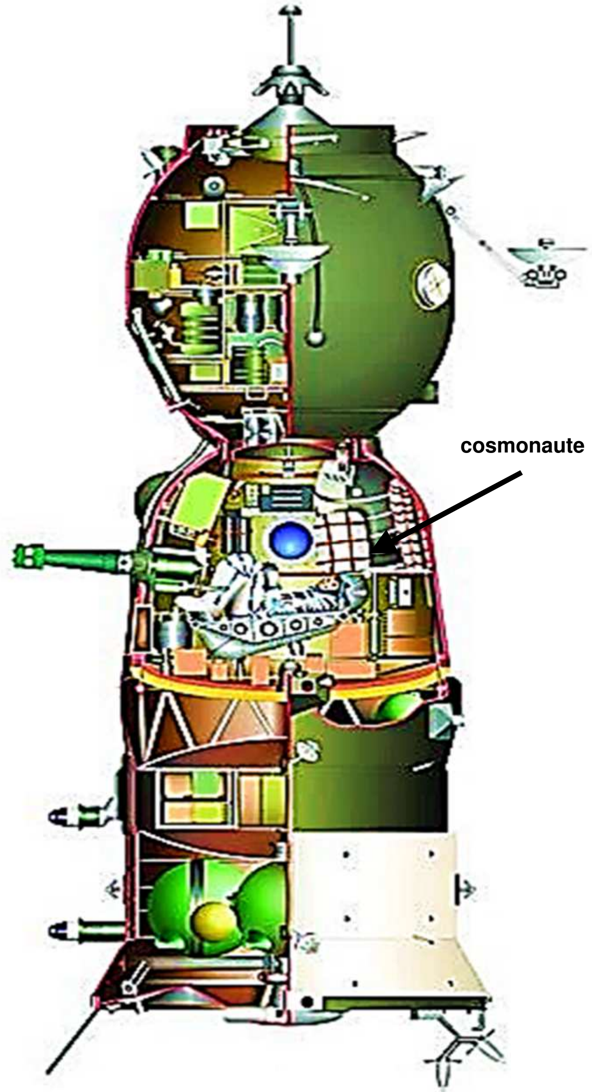



```
######   CALCULS DES VITESSES ET DES ACCELERATIONS (PARTIE A MODIFIER)   ####

#Calculs approchés des coordonnées des vitesses
for i in range(1,N-1):
    vx[i] = (x[i+1]-x[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
    vy[i] = (y[i+1]-y[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])

#Calculs approchés des coordonnées des accélérations
for i in range(2,N-2):
    ax[i] = (vx[i+1]-vx[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
    ay[i] = (vy[i+1]-vy[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
```

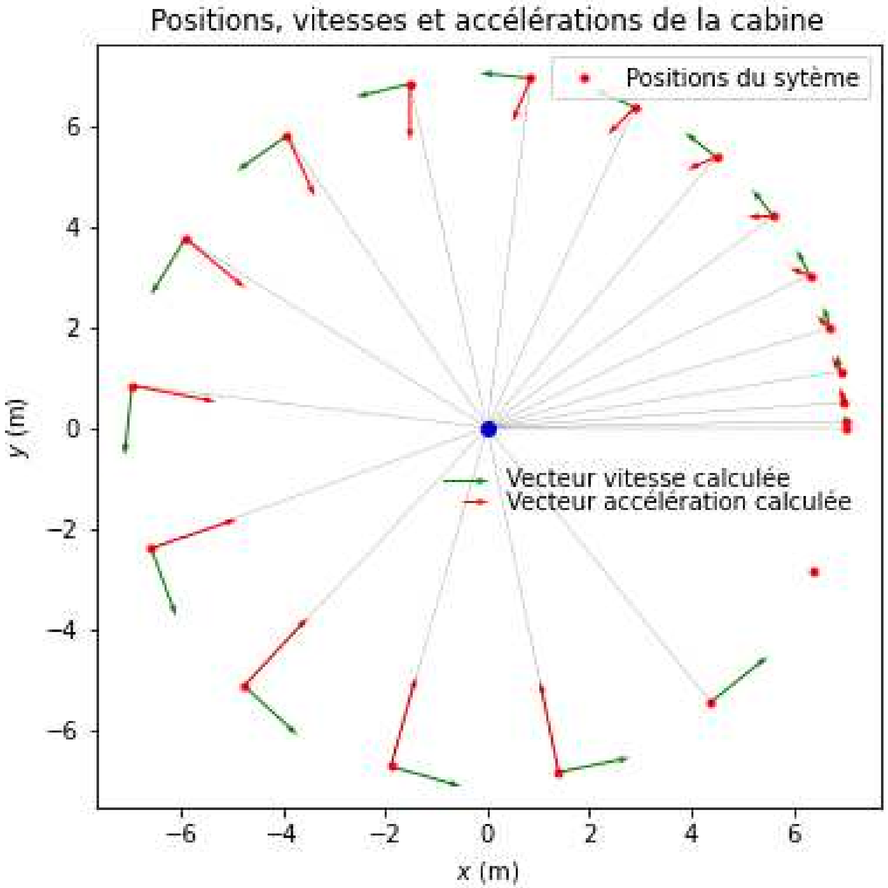
Voir ex. 1 du TD pour l’utilisation de la « vraie » dérivée

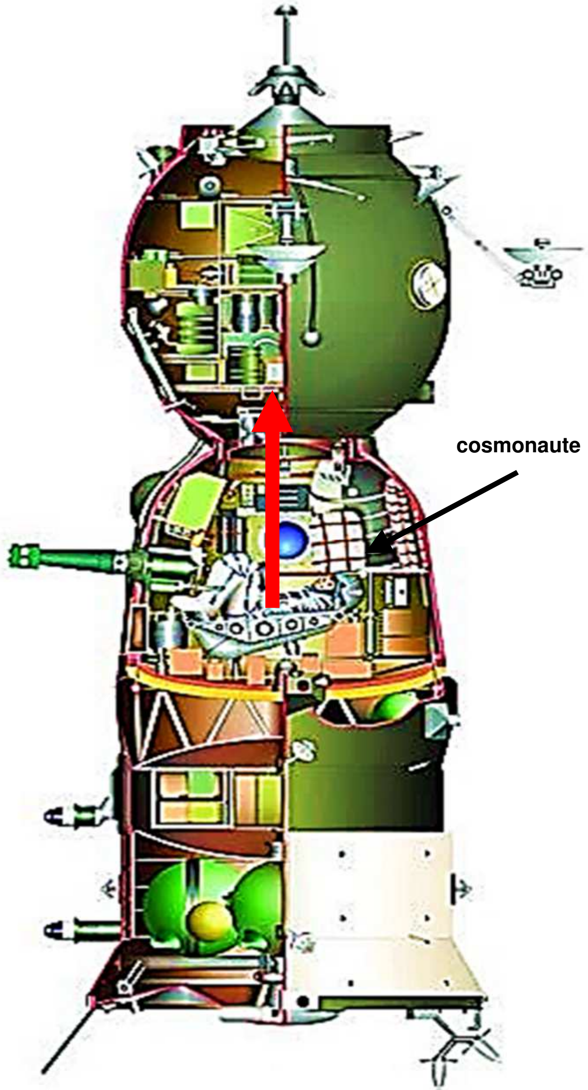
Retour sur la centrifugeuse



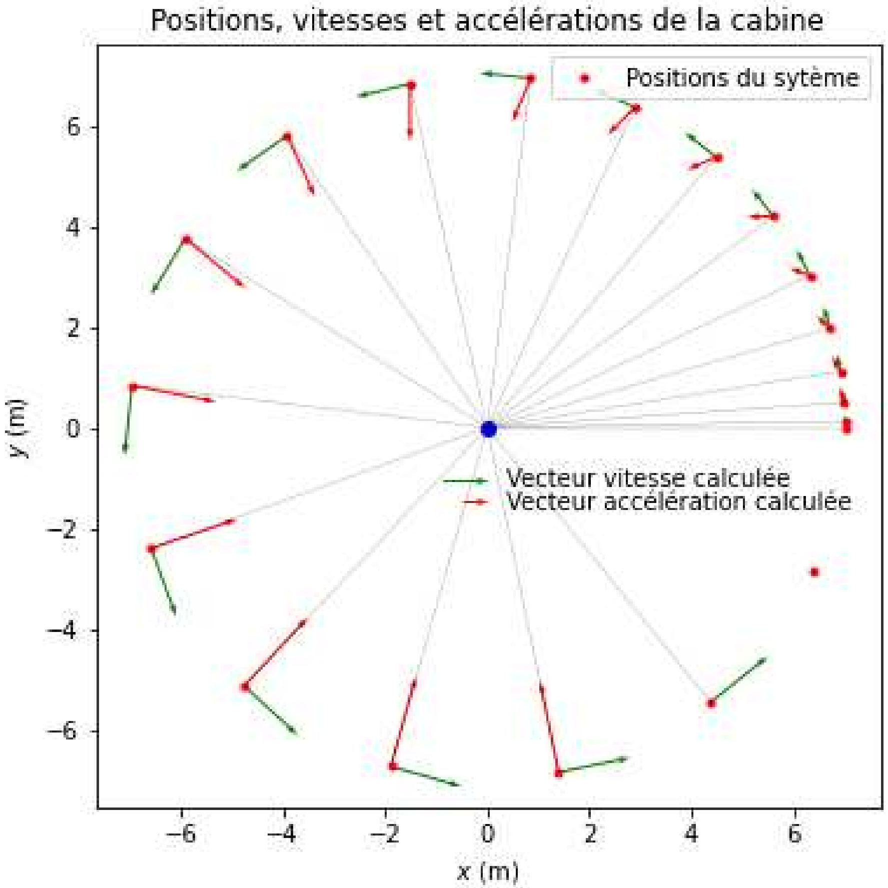


Retour sur la centrifugeuse





Retour sur la centrifugeuse



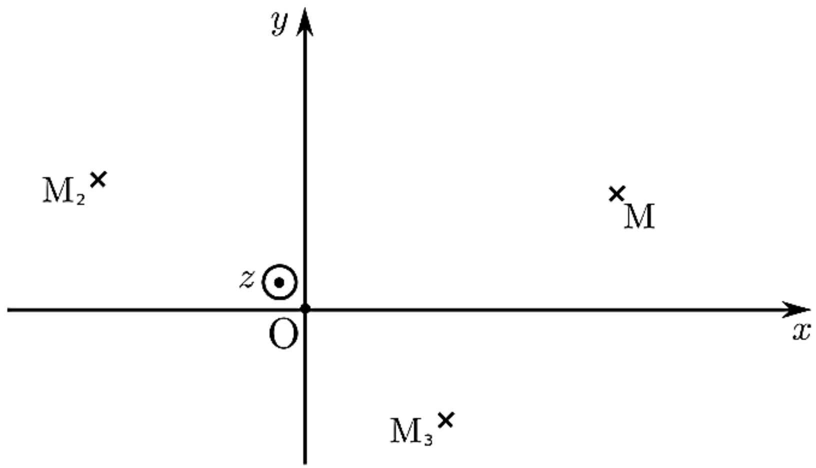
Savoir-faire 3 – Exprimer les vecteurs vitesse et position en fonction du temps pour un mouvement à accélération constante

Une voiture, animée d'une vitesse $\boldsymbol{v_0} = 90\,\mathrm{km.h}^{-1}$ sur une trajectoire rectiligne, freine avec une accélération constante de norme $\boldsymbol{a_0} = 4{,}2\,\mathrm{m.s}^{-2}$.

1. Déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps.
2. En déduire l'évolution de la position de la voiture en fonction du temps.
3. Exprimer puis calculer la durée et la distance de freinage.

Savoir-faire 4 – Utiliser les coordonnées polaires

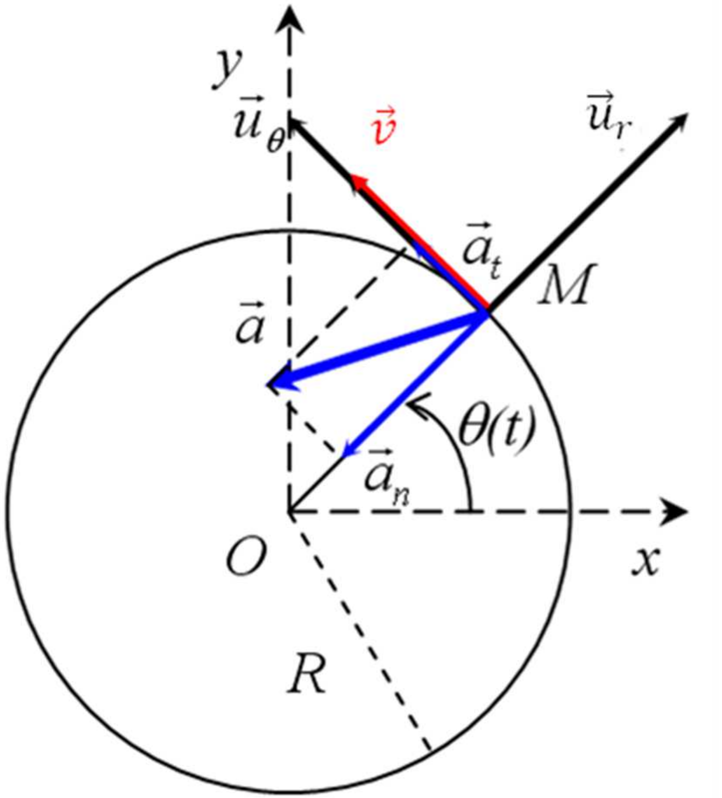
1. Pour chaque point M du schéma, dessiner les vecteurs de la base $\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{u_\theta}$.
2. Quelle est l'expression du vecteur position en fonction des vecteurs de la base polaire et des coordonnées polaires ?
3. Établir l'expression des vecteurs $\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{u_\theta}$ en fonction de $\overrightarrow{u_x}$, $\overrightarrow{u_y}$ et θ.



Savoir-faire 5 – Établir les expressions des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans le cas des coordonnées cylindriques

1. Exprimer $\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}$ et $\frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{dt}$.
2. En déduire les expressions des vecteurs position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ dans le repère polaire.
3. Schématiser puis exprimer le déplacement élémentaire $d\vec{\ell}$ dans ce repère. Retrouver alors l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$.
4. Comment sont modifiées les expressions des différents vecteurs dans un repère cylindrique ?

Cas particulier d'un mouvement circulaire



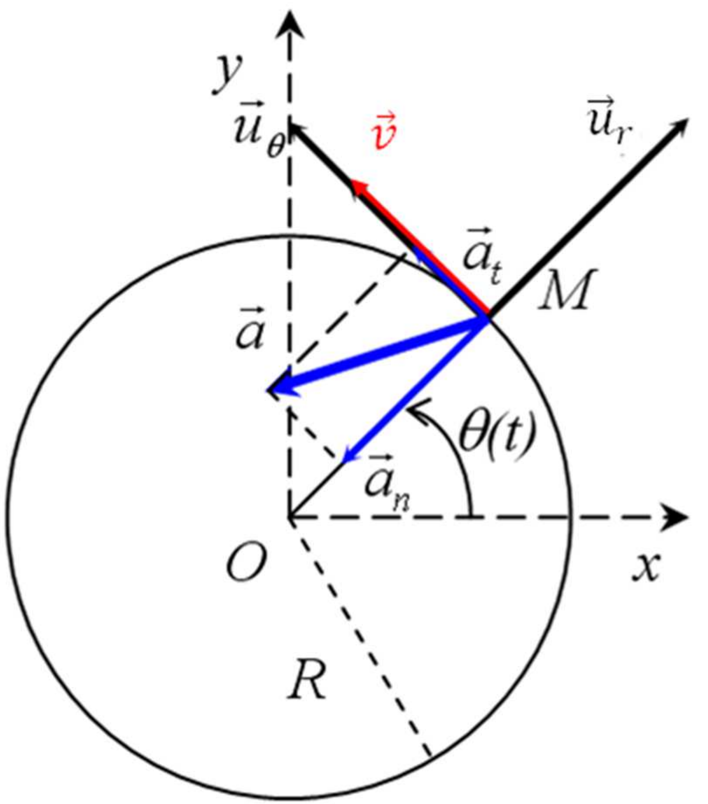
Le mobile M décrit un cercle de **rayon $r = R$ constant**, de centre O.

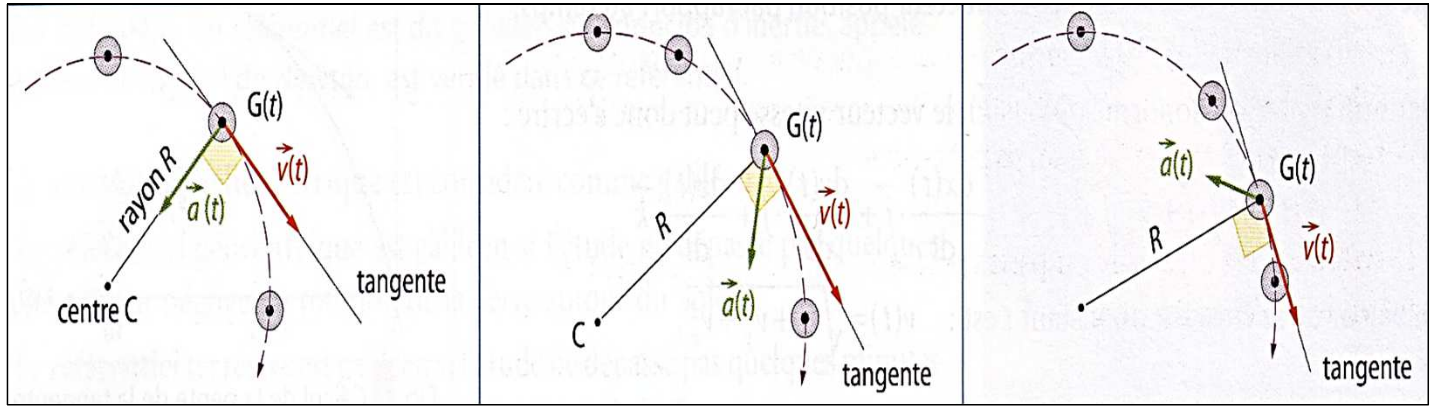
Puisque $r =$ constante, $\dot{r} = 0$.

- *Déplacement élémentaire* : $d\vec{l} = r.\mathrm{d}\theta.\overrightarrow{u_\theta}$
- *Vitesse* : $\vec{v}(t) = r.\dot{\theta}.\overrightarrow{u_\theta}$
- *Accélération* : $\vec{a}(t) = -r.\dot{\theta}^2.\overrightarrow{u_r} + r.\ddot{\theta}.\overrightarrow{u_\theta}$

$$\boxed{\vec{a}(t) = \underbrace{-\frac{v^2}{r}.\overrightarrow{u_r}}_{\overrightarrow{a_n}} + \underbrace{\frac{dv}{dt}.\overrightarrow{u_\theta}}_{\overrightarrow{a_t}}}$$

Cas particulier d'un mouvement circulaire





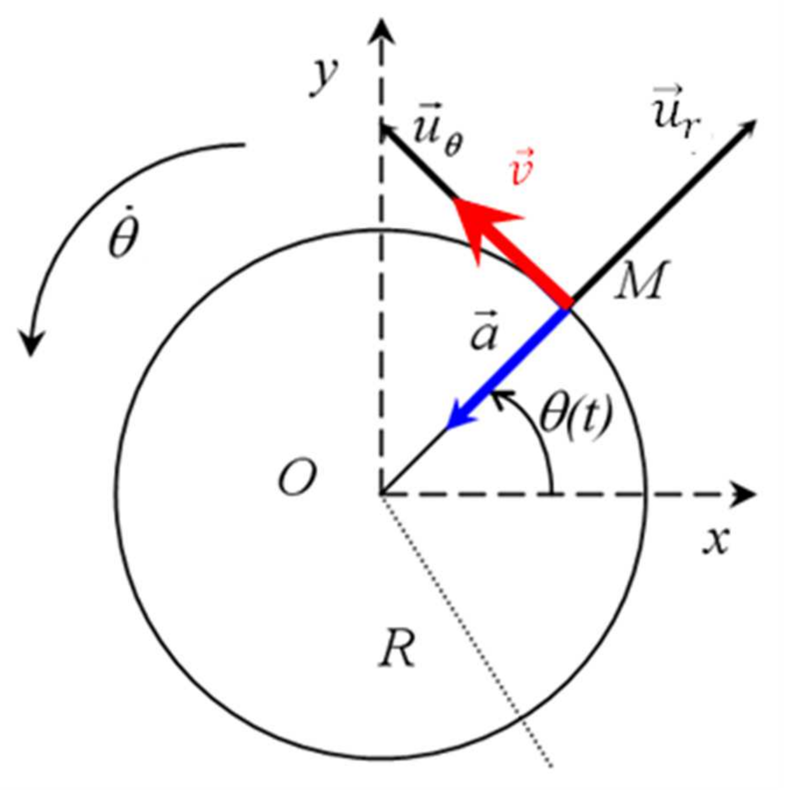
$$\boxed{\vec{a}(t) = \underbrace{-\frac{v^2}{r}.\overrightarrow{u_r}}_{\overrightarrow{a_n}} + \underbrace{\frac{dv}{dt}.\overrightarrow{u_\theta}}_{\overrightarrow{a_t}}}$$

Savoir-faire 6 – Retrouver et utiliser les expressions des grandeurs vectorielles du mouvement pour un mouvement circulaire

On considère un disque 33 tours et un point M à la périphérie du disque (à une distance R du centre du disque).

1. Choisir un repère adapté à l'étude du problème. Faire un schéma.
2. Exprimer le vecteur position, vitesse et accélération du point M dans le repère de coordonnées polaires.
3. Exprimer le vecteur accélération en fonction de $\|\vec{v}\|$, R et des vecteurs de la base polaire seulement.
4. Lorsque le disque tourne en régime permanent, comment se simplifient ces expressions ? Comment qualifier ce mouvement ?

Mouvement circulaire uniforme

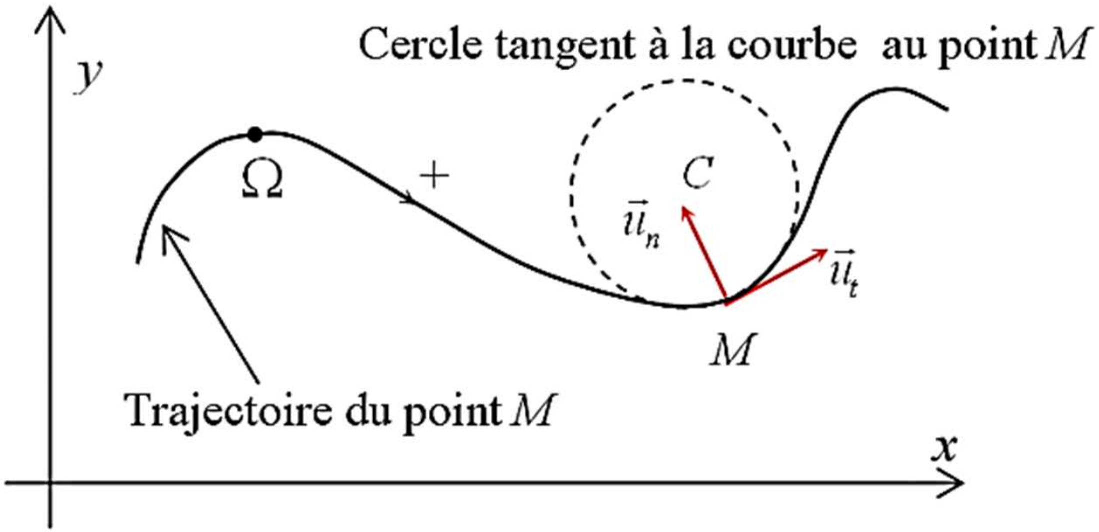


Avec une ***vitesse angulaire*** $\boldsymbol{\omega} = \dot{\theta}$ constante:

- *<u>Vitesse</u>* : $\|\vec{v}(t)\| = \left\|r.\dot{\theta}.\overrightarrow{u_\theta}\right\| = cste$

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{t}) = \underbrace{-\frac{\boldsymbol{v}^2}{\boldsymbol{r}}.\overrightarrow{\boldsymbol{u_r}}}_{\overrightarrow{\boldsymbol{a_n}}} + \cancel{\underbrace{\frac{\boldsymbol{dv}}{\boldsymbol{dt}}.\overrightarrow{\boldsymbol{u_\theta}}}_{\overrightarrow{\boldsymbol{a_t}}}}}$$

Repère de Frenet



Le repère de Frenet est un repère tournant qui se déplace avec le système le long de la trajectoire. Il utilise deux vecteurs unitaires partant du point M :

- le **vecteur tangentiel** $\overrightarrow{\boldsymbol{u_t}}$, tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.
- le **vecteur normal** $\overrightarrow{\boldsymbol{u_n}}$, perpendiculaire à $\overrightarrow{\boldsymbol{u_t}}$ et orienté vers l'intérieur de la courbure.

Dans ce repère :

- le vecteur vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ est colinéaire à $\overrightarrow{\boldsymbol{u_t}}$ et de même sens : $\vec{\boldsymbol{v}} = v.\overrightarrow{\boldsymbol{u_t}}$;
- le vecteur accélération $\vec{\boldsymbol{a}}$ a une coordonnée tangentielle a_t et une coordonnée normale a_n :

$$\vec{\boldsymbol{a}} = a_t\,.\overrightarrow{\boldsymbol{u_t}} + a_n\,.\overrightarrow{\boldsymbol{u_n}}$$

- Pour un mouvement circulaire de rayon R :

$$\vec{\boldsymbol{a}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,.\overrightarrow{\boldsymbol{u_t}} + \frac{v^2}{R}\,.\overrightarrow{\boldsymbol{u_n}}$$

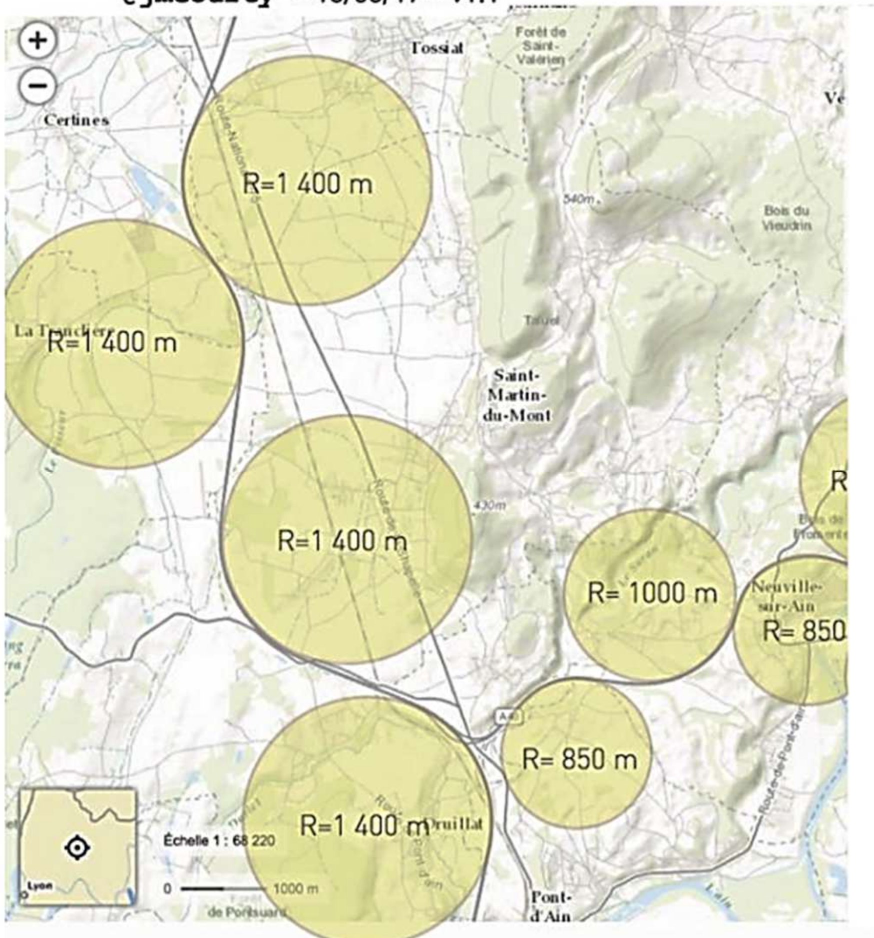
Savoir-faire 7 – Utiliser le repère de Frenet

On considère usuellement qu'une voiture ne dérape pas si l'accélération qu'elle subit dans une courbe ne dépasse pas $\mu . g$, avec g la norme de l'accélération de la pesanteur et μ un coefficient numérique. Pour avoir une certaine marge de sécurité, on prend $\mu = 0{,}12$.

1. En déduire le rayon à donner à un virage d'autoroute sur une portion limitée à 130 km/h. Puis à 110 km/h.
2. Vos résultats sont-ils en accord avec l'analyse graphique ci-contre ?

Carte : https://www.geoportail.gouv.fr/

@jmcourty – 18/08/17 – v1.1



Mesure : Autoroute A40

Section à 130 km/h : rayon = 1 400 m

Section à 110 km : rayon > 850 m

https://www.questionsdephysique.fr/qf004_rayon-courbes-autoroute/