Lois de Newton

Travaux dirigés

« Patience et longueur de temps font plus que force ni que rage. »
Jean de La Fontaine

En autonomie

Cahier d'entrainement : fiche 11.

Savoir-faire

Savoir-faire 0 – Faire un bilan des forces

On souhaite maintenir immobile sous l'eau un ballon, de rayon $R = 5$ cm, gonflé d'air.

Q1. Quelle force faut-il exercé sur le ballon ?

Savoir-faire 1 – Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel dans un référentiel galiléen

On lâche une balle d'une hauteur h = 5 m. On néglige tout frottement. On se place dans un repère cartésien avec axe z vers le haut et $z = 0$ au niveau du sol.

Q2. Quelles sont les équations du mouvement, portant sur $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ et $\ddot{z}$?

Q3. En partant des équations précédentes, en déduire les expressions des composantes $\dot{x}$, $\dot{y}$ et $\dot{z}$ de la vitesse $\vec{v}$ de la balle.

Q4. En déduire les expressions des coordonnées $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ de la balle.

Q5. Combien de temps dure la chute ?

Savoir-faire 2 – Etudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement

On étudie dans un référentiel galiléen de repère fixe un coup franc de football tiré à 20 m, face au but de hauteur 2,44 m et dans son plan médian vertical.

L'axe Oy est choisi suivant la verticale ascendante.

Le ballon, de masse $\boldsymbol{m}$ = 1 kg, est assimilé à un point matériel posé sur le sol initialement en O. Le mur, de hauteur 1,90 m, est situé à 9,15 m du ballon. Le ballon est lancé avec une vitesse initiale de norme $\boldsymbol{v_0} = 20$ m.s^{-1} et formant un angle $\boldsymbol{\alpha}$ de 20° avec l'horizontale.

L'origine des dates correspond au départ du ballon. On néglige totalement les frottements.

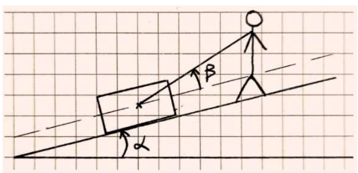
Q1. Etablir les lois horaires du mouvement du ballon ainsi que l'équation de la trajectoire. On attend une démarche complète et rigoureuse.

Q2. Le ballon passe-t-il au-dessus du mur ?

Q3. Le tir est-il cadré ?

Savoir-faire 3 – Savoir projeter des vecteurs

Un traîneau de masse $\boldsymbol{m}$ est tiré sur un plan incliné (faisant un angle $\boldsymbol{\alpha}$ par rapport à l'horizontale) par un fil faisant un angle $\boldsymbol{\beta}$ par rapport à la ligne de plus grande pente. On suppose qu'il y a des frottements solides entre le traîneau et le sol avec un coefficient de frottement $\boldsymbol{f}$.



Q1. Dans le cas où le mouvement est rectiligne uniforme, déterminer en fonction de $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{f}$ et les angles $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ les expressions des composantes de la réaction du sol et de la force de traction, supposée constante.

Arrivé au sommet de la côte, il est abandonné sans vitesse initiale sur un nouveau plan incliné d'angle $\boldsymbol{\theta}$ par rapport à l'horizontale.

Q2. Déterminer l'accélération du traîneau dans la descente.

Q3. Quelle condition doit vérifier $\boldsymbol{\theta}$ pour que le traîneau se mette en mouvement ?

Savoir-faire 4 – Etudier le mouvement d'un système soumis à un frottement fluide

On lâche une bille de masse m sans vitesse initiale. La bille est initialement à l'origine du repère. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est uniforme, de norme g = 9,8 m.s^{-2}. La bille subit une force de frottement du type $\vec{f} = -\lambda.\vec{v}$ avec $\lambda > 0$. Le référentiel est galiléen. On choisit un axe Oz orienté vers le bas. On admet que le mouvement de la bille est selon l'axe Oz tout au long du mouvement.

Q1. Quelle est l'unité de λ ?

Q2. Etablir une équation du mouvement sur la vitesse v.

Q3. Quelle est l'expression de la vitesse limite ? Quel est l'expression du temps caractéristique au bout duquel cette vitesse est atteinte ?

Q4. Mettre l'équation différentielle sous forme adimensionnée.

Q5. Résoudre l'équation précédente pour obtenir l'évolution de $v(t)$. Tracer l'allure de la solution.

Savoir-faire 5 – Exploiter la conservation de la quantité de mouvement pour un système pseudo-isolé

Le biathlon est une épreuve combinant ski de fond et tir à la carabine. On étudie un aspect du parcours d'un athlète de masse $\boldsymbol{M}$ = 75,0 kg portant une carabine de masse $\boldsymbol{m_c}$ = 4,0 kg. Lors du tir, une balle de masse $\boldsymbol{m_b}$ = 5,0 g est expulsée de la carabine avec une vitesse $\boldsymbol{v_b}$ = 310 m.s^{-1}.

La balle doit atteindre l'une des cinq cibles disposées sur un support.

Q1. Calculer la quantité de mouvement de la balle à la sortie du canon.

On souhaite déterminer la vitesse de recul $\overrightarrow{v_c}$ de la carabine. On ne tiendra pas compte des gaz éjectés.

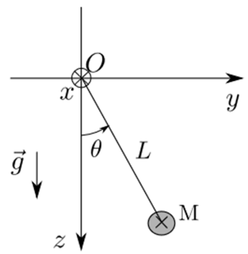
Q2. Calculer sa valeur dans le cas où le système étudié est constitué de la carabine et de la balle, système supposé isolé avant et après le tir.

Q3. Montrer que le centre de gravité du système reste immobile.

Q4. En réalité, l'athlète tient fermement la carabine en appui sur son épaule. Comment est modifié le raisonnement précédent dans ce cas ? Comment évolue alors la vitesse de recul par rapport au cas précédent ?

Savoir-faire 6 – Etablir l'équation du mouvement du pendule simple

On considère un pendule dont toute la masse m est localisée au point M. Le fil reliant O à M est supposé inextensible et de masse négligeable. On note L sa longueur. On néglige tout frottement.
On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Le champ de pesanteur est $\vec{g} = g.\overrightarrow{u_z}$ avec Oz axe vers le bas.



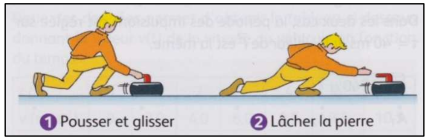
Q1. Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées polaires. Faire de même pour la vitesse et l'accélération du point M.

Q2. Faire un bilan des forces. À l'aide du PFD, en déduire une équation différentielle portant sur $\theta(t)$ uniquement.

Q3. Que devient cette équation avec l'approximation des petits angles ?

Exercices incontournables

Exercice 1 : Le curling



Au curling, pendant la phase de « pousser et glisser », le joueur exerce sur la pierre, dont la vitesse initiale est nulle, une force $\vec{F}$ horizontale que l'on supposera constante (phase 1). Le joueur lâche ensuite la pierre qui glisse sur la glace (phase 2).
Un film vidéo tourné lors d'une compétition montre que la phase 1 de pousser et glisser dure environ 5 secondes. Dans la phase 2, lorsque la pierre est lâchée, on mesure une distance parcourue $\boldsymbol{D}$ = 25 m pendant une durée de 25 secondes.

On supposera que le mouvement de la pierre sur la glace se fait *sans frottements* selon une droite horizontale. On pourra modéliser la pierre par un point matériel A de masse $\boldsymbol{m}$ = 20 kg.

Q1. Placer approximativement le point A sur la pierre. Justifier.

Q2. En utilisant les lois de Newton, établir la nature du mouvement de la pierre sur la glace dans chacune des deux phases.

Q3. Tracer la courbe représentant la vitesse du point A en fonction du temps pour les phases 1 et 2.

Q4. Déterminer la valeur de la vitesse durant la phase 2.

Q5. Justifier que l'accélération de la pierre dans la phase 1 est constante. Calculer sa valeur.

Q6. En déduire la valeur de la force $\boldsymbol{F}$ exercée par le joueur sur la pierre dans la phase 1.

Exercice 2 : Snowboard dans un half-pipe

On s'intéresse à un snowboardeur dans un half-pipe. Pour simplifier, on considère qu'il se déplace sur un plan en coupe perpendiculaire à l'axe de l'half-pipe. On assimile le snowboardeur à un point matériel de masse $\boldsymbol{m}$, qui glisse sans frottement, et on considère que l'half-pipe est un demi-cylindre de rayon $\boldsymbol{R}$ constant. Le snowboarder démarre en $\boldsymbol{\theta}$ = 0 avec une vitesse nulle.

Q1. Faire un schéma représentant l'half-pipe en coupe, le snowboardeur et le repère choisi pour l'étude.

Q2. Établir l'équation du mouvement portant sur l'angle $\boldsymbol{\theta}$.

Q3. Multiplier l'équation précédente par $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ et l'intégrer afin d'en déduire une expression de $\dot{\boldsymbol{\theta}}^2$. On justifiera bien la constante d'intégration.

Q4. En déduire l'expression de la réaction $\overrightarrow{R_N}$ du support. À quel endroit de la trajectoire cette réaction est-elle maximale, et quelle expression prend-elle alors ?

Q5. Ceci peut être interprété en disant qu'à cet endroit le snowboardeur ressent plusieurs fois son propre poids : combien de fois ?

Exercice 3 : Descente à skis

Un skieur de masse $\boldsymbol{m}$ descend une piste faisant un angle $\boldsymbol{\alpha}$ avec l'horizontale. L'air exerce une force de frottement de la forme $\vec{F} = -\boldsymbol{\lambda}.\vec{v}$ où $\boldsymbol{\lambda}$ est un coefficient constant positif et $\vec{v}$ la vitesse du skieur. La neige exerce sur le skieur un frottement solide de coefficient dynamique $\boldsymbol{f}$. On choisit comme origine de l'axe (Ox) la position initiale du skieur que l'on suppose partir avec une vitesse nulle et on note (Oy) la normale à la piste.

On prendra $\boldsymbol{m}$ = 80 kg, $\boldsymbol{\alpha}$ = 45° et $\boldsymbol{\lambda}$ = 10 kg.s^{-1}.

Q1. Déterminer la réaction normale exercée par la neige sur le skieur.

On admet que la norme de la réaction tangentielle $\boldsymbol{T}$ vaut $\boldsymbol{f}.\boldsymbol{N}$ avec $\boldsymbol{f}$ = 0,05.

Q2. Montrer que le skieur atteint une vitesse limite $\boldsymbol{v_\ell}$. La calculer.

Q3. Déterminer la vitesse du skieur au cours du temps.

Q4. Calculer l'instant $\boldsymbol{t_1}$ où le skieur atteint une vitesse égale à $\frac{v_\ell}{2}$.

À la date $\boldsymbol{t_1}$, le skieur chute. On néglige alors la résistance de l'air mais le coefficient de frottement avec le sol est multiplié par 100.

Q5. Calculer la distance parcourue par le skieur dans cette position avant de s'arrêter.

En réalité, la modélisation pour les frottements de l'air n'est pas pertinente.

On choisit donc maintenant $\vec{F} = -\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}.\boldsymbol{v}.\vec{v}\,/2$. On prendra $\boldsymbol{K}$ = 0,6 kg.m^{-3} et $\boldsymbol{S}$ = 0,4 m^2.

Q6. En négligeant les frottements avec la piste montrer que le skieur atteint une vitesse limite $\boldsymbol{v'_\ell}$.

Exercices d'entrainement

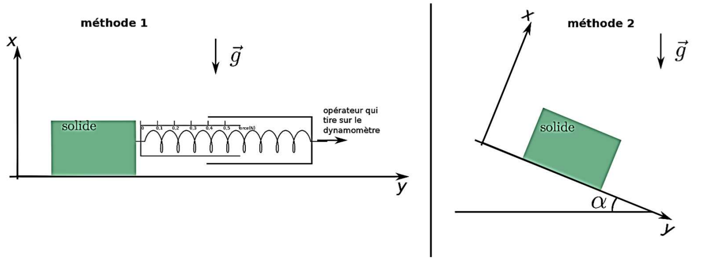
Exercice 4 : Montgolfière

Une montgolfière est composée d'une nacelle et d'un ballon, le tout de masse totale $\boldsymbol{m}$. Le volume du ballon est noté $\boldsymbol{V}$, la masse volumique de l'air chaud vaut $\boldsymbol{\rho_c}$ et la masse volumique de l'air froid vaut $\boldsymbol{\rho_f}$.

Q1. Donner une condition sur le volume $\boldsymbol{V}$ pour que la montgolfière s'élève.

Exercice 5 : Descente à skis

On considère un objet de masse m posé sur une surface (par exemple un cube de métal posé sur une table en métal). On souhaite déterminer le coefficient de frottement $\boldsymbol{f}$ entre la surface de l'objet et la surface sur laquelle il est posé. On utilise pour cela deux méthodes.



Méthode 1 : Le plan de travail est horizontal. On tire sur l'objet à l'aide d'un dynamomètre, jusqu'à ce que l'objet soit entraîné. Au moment où il est entraîné, on note la valeur de la force $\boldsymbol{F}$ lue sur le dynamomètre.

Q1. Faire un bilan des forces dans la situation où on tire sur l'objet, lorsqu'il est encore immobile.

Q2. Exprimer les composantes $\vec{N}$ et $\vec{T}$ de la réaction du support.

Q3. Exprimer la condition d'immobilité à l'aide des lois de Coulomb. Puis en déduire l'expression du coefficient de frottement $\boldsymbol{f}$ en fonction de $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{g}$ et $\boldsymbol{F}$.

Q4. Utiliser les valeurs mesurées lors de la manipulation pour en déduire $\boldsymbol{f}$.

Méthode 2 : On pose l'objet sur le plan horizontal, puis on incline progressivement le plan par rapport à l'horizontale. Au bout d'un certain angle d'inclinaison, l'objet glisse.

Q5. Faire un bilan des forces sur l'objet immobile.

Q6. Appliquer le PFD à l'objet immobile pour exprimer les composantes $\vec{N}$ et $\vec{T}$ de la réaction du support en fonction de $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{g}$ et $\boldsymbol{\alpha}$.

Q7. Exprimer la condition d'immobilité à l'aide des lois de Coulomb. Puis en déduire l'expression du coefficient de frottement $\boldsymbol{f}$ en fonction de $\boldsymbol{\alpha}$.

Q8. A.N. : utiliser les valeurs mesurées lors de la manipulation pour en déduire $\boldsymbol{f}$.