

De l'utilité des unités

1. Notion de dimension

Définition : Notion de dimension

- La connaissance de la **dimension** d'une grandeur renseigne sur sa nature physique. Une grandeur peut avoir la dimension d'une longueur, d'une énergie, d'une masse ...
La notion de dimension est très générale et ne suppose aucun choix particulier de système d'unités : les grandeurs **A** = 12 m et **B** = 15 km ont la même dimension, celle d'une longueur.
- La dimension de la grandeur **G** se note **[G]**.
- Si deux grandeurs ont la même dimension, elles sont dites **homogènes**.
- Avec les 7 dimensions de base suivantes, on peut exprimer, en les combinant, toutes les dimensions.

Grandeurs physiques	Dimension	Unité du Système International (SI)
Longueur	L	mètre (m)
Masse	M	kilogramme (kg)
Temps	T	seconde (s)
Intensité du courant électrique	I	ampère (A)
Température	θ	kelvin (K)
Quantité de matière	N	mole (mol)
Intensité lumineuse	J	candela (Cd)



Site du Bureau International des Poids et Mesures : <https://www.bipm.org/>

Rmq : Certaines grandeurs n'ont pas de dimension mais ont une unité, par exemple les angles (exprimés en radian).

Propriétés : Manipuler les équations aux dimensions

- La forme $[v] = L \cdot T^{-1}$ est appelée **équation aux dimensions** (exemple de la vitesse).
- La dimension du produit de deux grandeurs est le produit des dimensions de chacune des grandeurs : $[A \cdot B] = [A] \cdot [B]$.
- La dimension de A^n est égale à $[A]^n$.
- Pour les fonctions : $\sin(u)$, $\cos(u)$, $\tan(u)$, $\ln(u)$, $\log(u)$ et $\exp(u)$, la grandeur **u** est normalement sans dimension.
- L'équation aux dimensions de toute grandeur **G** peut se mettre sous la forme :

$$[G] = L^\alpha \cdot M^\beta \cdot T^\gamma \cdot I^\delta \cdot \theta^\epsilon \cdot N^\zeta \cdot J^\eta$$

2. Utilisation pratique

On ne peut additionner que des termes ayant la même dimension et la même unité :

« On ne mélange pas les torchons et les serviettes ! »

Méthode : Éviter de rendre furieux un correcteur en physique-chimie

Une équation est homogène lorsque ses deux membres ont la même dimension. Une expression non homogène est nécessairement fautive !!!

→ **Vérifier l'homogénéité** est un moyen souvent rapide d'éliminer les erreurs d'étourderie.

Pour obtenir les correspondances entre les dimensions, il faut utiliser les formules du cours.

- Grâce aux unités, on peut essayer de retrouver une formule oubliée, voire « deviner » une nouvelle relation.

3. Exercices pour s'entraîner

3.1. Déterminer la dimension ou l'unité d'une expression dans le système international

Déterminer l'unité S.I. de :

- Q1. un volume **V**,
- Q2. une surface **S**,
- Q3. une masse volumique **ρ**,

- Q4. une accélération **a**,
- Q5. une force **F**.

3.2. Vérifier si une formule est homogène

Q1. Lors d'un devoir, un élève aboutit à ces expressions. Vérifier l'homogénéité et proposer une correction. **x**, **l**, **R**, **r** et **z** sont des distances, **g** est l'accélération de la pesanteur terrestre, **t** et **τ** sont des temps, **ω** est une pulsation et **v₀** une vitesse.

- a. La vitesse **v** est $v = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.
- b. La surface **S** est $S = \pi \cdot (R + r^2)$.

- c. La distance est $d = l_0 \cdot (1 + \cos(\omega \cdot t))$.
- d. L'altitude est $z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + t \cdot v_0$.

3.3. Prédiction d'une relation par analyse dimensionnelle

On étudie la chute libre d'un objet de masse **m** dans un champ de pesanteur **g**. On néglige tout frottement. On souhaite obtenir le temps **T** de chute d'une hauteur **h**.

Méthode : Prédire d'une relation par analyse dimensionnelle

Les étapes à suivre sont toujours les mêmes :

- a. On isole la grandeur dont on cherche l'expression (ici le temps **T**), et on liste les paramètres dont cette grandeur peut dépendre. Ici elle peut dépendre de **g**, **m** et **h**.
- b. On écrit les unités de ces grandeurs dans le S.I.
- c. On écrit la grandeur recherchée sous la forme $T = k \cdot m^\alpha \cdot g^\beta \cdot h^\gamma$, où **k** est une constante sans dimension.
- d. On impose à la relation d'être homogène afin de trouver les valeurs des exposants.

Q1. Trouver la forme de l'expression de **T** en fonction de **g**, **m** et **h**.