

Exercice 4 :

Q1 : * système : { ballon de masse m }

* référentiel : terrestre, supposé galiléen.

* bilan des forces extérieures

- poids : $\vec{P} = m \cdot \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$
- Frottements négligés.
- poussée d'Archimède négligée.

* Principe fondamentale de la dynamique

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow$$

$$\vec{a} = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

* vitesse $\vec{v}$ ($\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$)

↳ on primitive $\vec{a}$: $\vec{v} = \begin{cases} v_x(t) = \cancel{c^{\text{ste}}_1} V_{x0} \\ v_y(t) = -g \cdot t + \cancel{c^{\text{ste}}_2} V_{y0} \end{cases}$ conditions initiales

$$\vec{v}(t) = \begin{cases} v_x(t) = V_{x0} \\ v_y(t) = -g \cdot t + V_{y0} \end{cases}$$

* position $\vec{OM}$ ($\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$)

↳ on primitive $\vec{v}$: $\vec{OM} = \begin{cases} x(t) = V_{x0} \cdot t + \cancel{c^{\text{ste}}_3} x_0 = 0 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + V_{y0} \cdot t + \cancel{c^{\text{ste}}_4} y_0 = 0 \end{cases}$ conditions initiales.

équations horaires $\Rightarrow \vec{OM} = \begin{cases} x(t) = V_{x0} \cdot t & (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + V_{y0} \cdot t & (2) \end{cases}$

* trajectoire

Eq. (1) $\rightarrow t = \frac{x}{V_{x0}}$

Dans Eq. (2) $\rightarrow y(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_{x0}} \right)^2 + V_{y0} \cdot \frac{x}{V_{x0}}$

En développant V_{x0} et V_{y0} :

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{V_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \cdot x$$

Q2 : En $x_m = 9,15 \text{ m}$ (abscisse du mur), $y(x_m) = 2,17 \text{ m} > 1,90 \text{ m} \Rightarrow$ le ballon passe au dessus du mur!

Q3 : En $x_b = 20 \text{ m}$, (abscisse du but), $y(x_b) = 1,72 \text{ m} \Rightarrow 0 < y(x_b) < 2,44 \text{ m} \Rightarrow$ le but est marqué!

