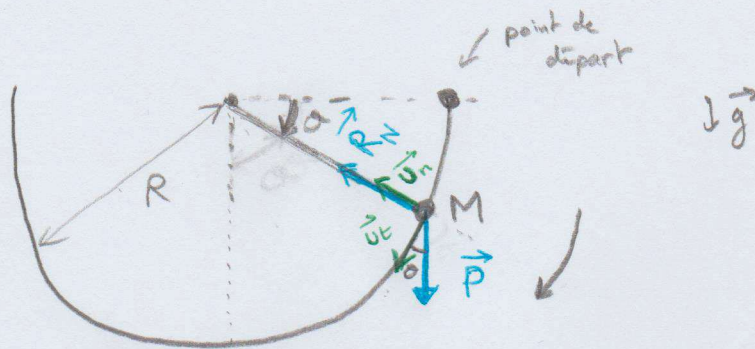


M3 Exercice 5

Q1

$\vec{a} \text{ à } t=0$
 $\rightarrow \theta=0$



Q2:

* système : {snowboarder}

* référentiel : terrestre, supposé galiléen

↳ base de Frenet $(M, \vec{u}_n, \vec{u}_t)$

* bilan des Forces

• poids : $\vec{P} = \begin{cases} -m \cdot g \cdot \sin(\theta) \\ +m \cdot g \cdot \cos(\theta) \end{cases}$

• réaction du support : (pas de frottements $R_T = 0$)

$$\vec{R} = \vec{R}_N = \begin{cases} R_N \\ 0 \end{cases}$$

* 2^{ème} loi de Newton (système fermé, $m = \text{cte}$)

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \begin{cases} a_n = g \cdot \sin(\theta) + \frac{R_N}{m} \\ a_t = g \cdot \cos(\theta) \end{cases}$$

or dans la base de Frenet

$$\vec{a} = \begin{cases} a_n = -R \cdot \ddot{\theta}^2 \\ a_t = R \cdot \ddot{\theta} \end{cases}$$

Equation du mouvement:

$$R \cdot \ddot{\theta} = g \cdot \cos(\theta)$$

On multiplie par $\dot{\theta}$

$$R \cdot \ddot{\theta} \cdot \dot{\theta} = g \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta) \xrightarrow{\text{on reconnaît}} R \cdot \frac{d(\frac{1}{2} \dot{\theta}^2)}{dt} = g \cdot \frac{d(\sin(\theta))}{dt}$$

On intègre entre 0 et t : $R \cdot \left[\frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \right]_0^t = g \cdot [\sin(\theta)]_0^t$

$$\rightarrow R \cdot \left(\frac{1}{2} \dot{\theta}(t)^2 - \frac{1}{2} \underbrace{(\dot{\theta}(0))^2}_0 \right) = g \cdot (\sin(\theta(t)) - \underbrace{\sin(0)}_0)$$

car
vitesse initiale
nulle.

$$\hookrightarrow \boxed{\dot{\theta}(t)^2 = \frac{2g}{R} \cdot \sin(\theta(t))}$$

Q4 : sur $\vec{u}_n$: $-g \cdot \sin(\theta) + \frac{R_N}{m} = R \cdot \dot{\theta}^2$

en utilisant le résultat de Q3 :

$$-g \cdot \sin(\theta) + \frac{R_N}{m} = 2g \cdot \sin(\theta)$$

$$\boxed{R_N = 3 m \cdot g \cdot \sin(\theta)}$$

R_N maximum pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ c'est-à-dire au fond du demi-cercle.

On a alors :

$$\boxed{R_N\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \cdot m \cdot g = 3 \cdot \|\vec{P}\|}$$

Q5 : Le snowboarder ressent 3 fois son poids.