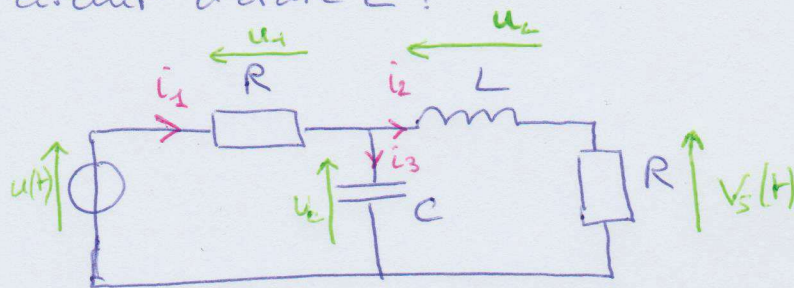
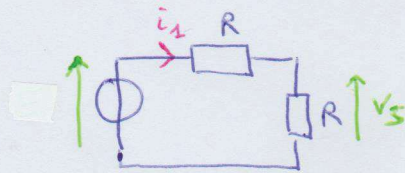


Exercice 2 : circuit d'ordre 2 :



Q1 : A $t < 0$, régime permanent $\nmid \rightarrow$ circuit ouvert $\rightarrow \boxed{i_3 = 0} \rightarrow i_1 = i_2 + i_3 = i_2$
 $\text{---} \rightarrow$ fil $\rightarrow \boxed{u_L = 0}$



$\rightarrow$ pont diviseur de tension

$$\boxed{v_S = \frac{R \cdot u}{R + R} = 0}$$

et $\boxed{i_1 = i_2 = \frac{u}{2R} = 0}$

$\rightarrow \boxed{u_C = u_L + v_S = 0}$

Q2 : Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ (1)

Loi des mailles : $u = u_1 + u_C$ (2) avec $u = E$

$$u_C = u_L + v_S \quad (3)$$

Loi de comportement :

$$u_1 = R \cdot i_1 \quad (4)$$

$$v_S = R \cdot i_2 \quad (5)$$

$$C \cdot \frac{du_C}{dt} = i_3 \quad (6)$$

$$u_L = L \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (7)$$

(4), (5) $\rightarrow$ (1) : $\frac{u_1}{R} = \frac{v_S}{R} + C \cdot \frac{du_C}{dt}$

$\downarrow$ en utilisant (2)

$$\frac{E - u_C}{R} = \frac{v_S}{R} + C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$\downarrow$ avec (3)

$$\frac{E - u_L - v_S}{R} = \frac{v_S}{R} + C \left(\frac{du_L}{dt} + \frac{dv_S}{dt} \right)$$

$\Downarrow$

(5) dans (7) : $u_L = \frac{L}{R} \cdot \frac{dv_S}{dt} \Rightarrow \frac{E - \frac{L}{R} \frac{dv_S}{dt} - v_S}{R} = \frac{2v_S}{R} + \frac{LC}{R} \frac{d^2 v_S}{dt^2} + C \frac{dv_S}{dt}$

$$\rightarrow \boxed{\frac{d^2 v_S}{dt^2} + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{RC} \right) \frac{dv_S}{dt} + \frac{2}{LC} v_S = \frac{E}{LC}}$$

comparaison à $\frac{d^2 v_S}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dv_S}{dt} + \omega_0^2 v_S = \omega_0^2 \cdot \frac{E}{2}$

avec $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}} = \frac{\sqrt{2}}{\tau}}$

et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L} + \frac{1}{RC} = \frac{2}{\tau} \rightarrow \boxed{Q = \frac{\sqrt{2}}{2}} > \frac{1}{2}$

Q4. $Q > \frac{1}{2} \rightarrow$ régime-pseudo périodique

solution particulière
 $V_s(t \rightarrow \infty)$

Recherche d'une solution sous la forme

$$V_s(t) = A \cdot e^{-\lambda t} \cdot \cos(\omega_p t + \varphi) + \frac{E}{2}$$

avec $\lambda = \frac{\omega_0}{2Q} = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$

et $\omega_p = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$

Utilisation des conditions initiales:

sur V_s • $V_s(0^+) = A \cdot \cos(\varphi) + \frac{E}{2} = 0$

• Autre condition? sur i_2 ? $\rightarrow$ identique à $V_s(0)$ car $V_s(0) = R \cdot i_2(0)$.

$\hookrightarrow$ sur $u_L \rightarrow u_L(0^+) = 0$ car tension aux bornes du condensateur continue.

$$\hookrightarrow u_L(0^+) + V_s(0^+) = 0$$

$$\hookrightarrow u_L(0^+) = 0 \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{L}{R} \cdot \frac{dV_s}{dt} = 0$$

$$\hookrightarrow \frac{dV_s}{dt} = -A \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda t} \cdot \cos(\omega_p t + \varphi) - A e^{-\lambda t} \cdot \omega_p \cdot \sin(\omega_p t + \varphi)$$

$$\frac{dV_s}{dt} = 0 \Rightarrow \lambda \cos(\varphi) + \omega_p \sin(\varphi) = 0$$

$$\hookrightarrow \tan(\varphi) = -\frac{\lambda}{\omega_p} = -1$$

$$\hookrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

et donc $A = \frac{-E}{2 \cdot \cos(\varphi)} = -\sqrt{2} \cdot \frac{E}{2}$

$$\hookrightarrow V_s(t) = \frac{E}{2} \times \left(1 - \sqrt{2} \cdot e^{-\lambda t} \cdot \cos(\omega_p t - \frac{\pi}{4}) \right)$$

Q5



penser à la pente nulle à l'origine!