

MPSI – CSI

Devoir de Physique-Chimie n°3

Durée : 4 heures

Calculatrice autorisée

Ce sujet comporte 5 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité.

Pour les exercices 3 et 4, deux versions sont proposées.

L'exercice bis est un peu plus difficile.

Ne traiter qu'une seule des deux versions !

L'énoncé est constitué de 10 pages.

Consignes générales

- Lire la totalité de l'énoncé et commencer par les exercices les plus abordables.
- Un résultat d'une question précédente peut être admis pour poursuivre l'exercice.

Présentation de la copie :

- **Encadrer** les expressions littérales et **souligner** les résultats numériques.
- **Numéroter les pages** sous la forme x/nombre total de pages.

Rédaction :

- Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
- **Justifier toutes vos réponses.**
- Les **relations** doivent être **homogènes**.
- Applications numériques : nombre de chiffres significatifs adapté et avec **une unité**. Les résultats sans la bonne unité ne seront pas pris en compte.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

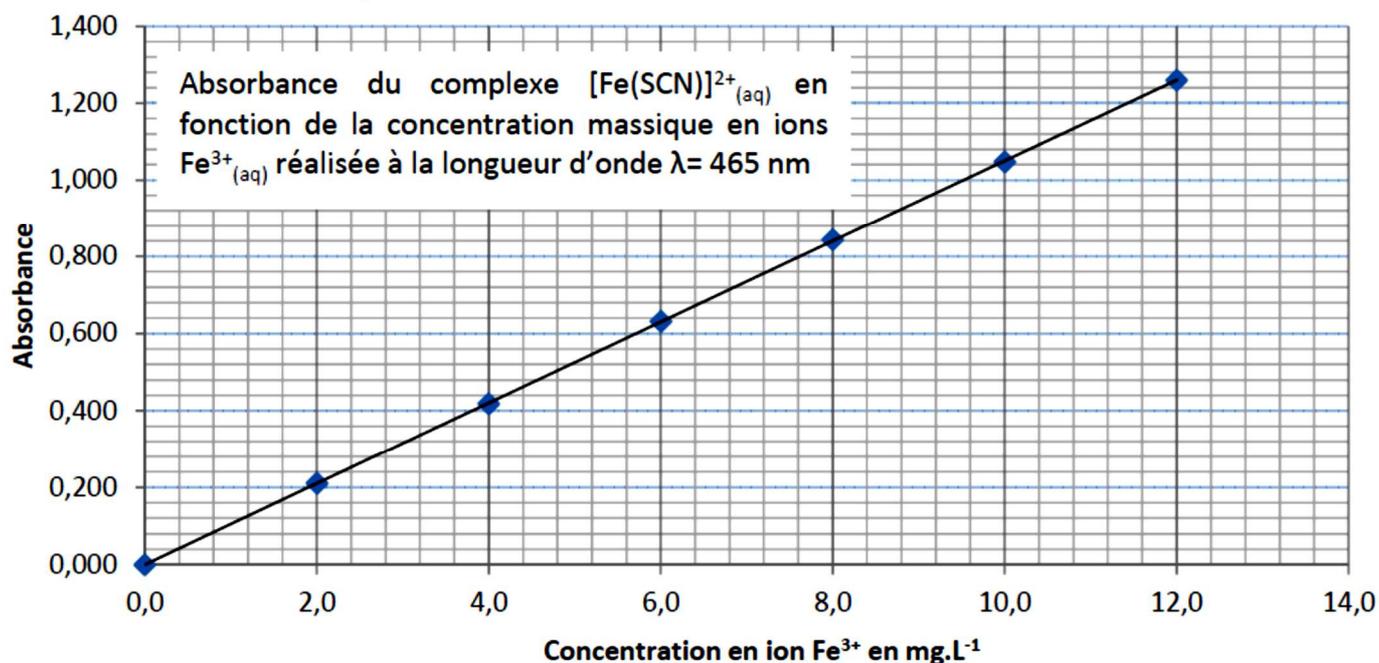
Exercice 1 : Contrôle d'un vin

Un vin blanc pétillant, en fin d'élaboration, est étudié dans un laboratoire afin de subir des contrôles de qualité. On se propose dans cet exercice de contrôler la teneur en fer dans ce vin, ainsi que l'acidité totale qui en sont deux critères de qualité : l'un pour la prévention de la formation d'un précipité rendant le vin trouble (casse ferrique) et l'autre pour prévoir les traitements à faire pendant la vinification.

Données :

- Les ions $\text{Fe}^{2+}_{(\text{aq})}$ en solution aqueuse ont une couleur vert pâle.
- Les ions $\text{Fe}^{3+}_{(\text{aq})}$ en solution aqueuse ont une couleur orangée pâle.
- Les ions $\text{Fe}^{3+}_{(\text{aq})}$ peuvent réagir avec les ions thiocyanate $\text{SCN}^{-}_{(\text{aq})}$ (incolore en solution aqueuse) selon une réaction rapide et totale conduisant à la formation d'un complexe coloré de couleur rouge sang :

$$\text{Fe}^{3+}_{(\text{aq})} + \text{SCN}^{-}_{(\text{aq})} \rightarrow [\text{Fe}(\text{SCN})]^{2+}_{(\text{aq})}$$
- Masse molaire de l'acide tartrique H_2A : $M = 150 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Le dioxyde de carbone est un acide : il peut réagir avec les ions hydroxyde.
- Au-delà d'une concentration massique de $10 \text{ mg}\cdot\text{L}^{-1}$ en élément fer, la casse ferrique est probable et rend le vin trouble et donc peu attrayant.
- Un vin de table est propre à la consommation si son acidité totale ne dépasse pas $9,0 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$ d'acide tartrique équivalent.
- Courbe d'étalonnage :



- Incertitude sur la mesure d'un volume :

Lors de la mesure d'un volume à l'aide de la verrerie du laboratoire, il est possible d'évaluer l'incertitude-type u_V sur cette mesure. La valeur de u_V dépend du matériel utilisé.

Utilisation d'une pipette jaugée ou d'une fiole jaugée	$u_V = 0,75 \times a$ où a est la valeur de l'incertitude d'étalonnage donnée par le constructeur
Utilisation d'une burette graduée ou d'une pipette graduée	$u_V = 0,5 \times g$ où g est la valeur de la graduation de l'instrument utilisé

Détermination de la teneur en fer du vin

Afin de déterminer la concentration totale en ions $\text{Fe}^{2+}_{(\text{aq})}$ et $\text{Fe}^{3+}_{(\text{aq})}$ dans ce vin blanc, on oxyde les ions $\text{Fe}^{2+}_{(\text{aq})}$ en ions $\text{Fe}^{3+}_{(\text{aq})}$ à l'aide d'eau oxygénée H_2O_2 , puis on dose la totalité des ions $\text{Fe}^{3+}_{(\text{aq})}$ par spectrophotométrie après les avoir fait réagir totalement avec une solution aqueuse de thiocyanate de potassium. La mesure de l'absorbance de la solution obtenue pour une longueur d'onde $\lambda = 465 \text{ nm}$ vaut $A = 0,760$.

- Q1.** Expérimentalement, quelle opération est-il nécessaire de réaliser avant de mesurer l'absorbance de l'échantillon ?
- Q2.** En utilisant les données et les résultats de cette analyse, indiquer si le phénomène de casse ferrique peut se produire pour ce vin blanc. Expliciter votre démarche.

Détermination de l'acidité totale du vin

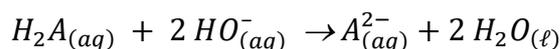
Dans la réglementation européenne, l'acidité totale correspond à la masse équivalente d'acide tartrique par litre ; c'est à dire la masse d'acide tartrique qui nécessiterait la même quantité de base pour ramener son pH à 7. Pour déterminer l'acidité totale, on mesure le volume de solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^{+}_{(\text{aq})} + \text{HO}^{-}_{(\text{aq})}$) qu'il faut ajouter à un volume V de vin, préalablement décarboniqué, pour ramener son pH à 7.

Après avoir décarboniqué le vin (élimination du dioxyde de carbone), on titre un volume $V = 10,00 \pm 0,04 \text{ mL}$ de vin par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_B = (4,2 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en présence de 5 gouttes de bleu de bromothymol.

L'équivalence est repérée pour un volume versé $V_E = 15,5 \text{ mL}$.

- Q3.** Faire un schéma annoté du montage à réaliser pour effectuer le titrage et préciser la verrerie à utiliser pour prélever le volume V de vin.
- Q4.** Estimer l'incertitude-type sur la mesure de u_{V_E} sachant que la verrerie contenant la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium est graduée tous les 0,1 mL.
- Q5.** Justifier la nécessité de l'opération préalable de décarbonation pour déterminer l'acidité totale du vin.

Dans l'hypothèse où l'acidité du vin est due au seul acide tartrique noté $\text{H}_2\text{A}_{(\text{aq})}$, l'équation de la réaction support de titrage s'écrit :



- Q6.** Montrer que la concentration massique C_m en acide tartrique équivalent dans le vin est donnée par la relation : $C_m = \frac{C_B \cdot V_E \cdot M}{2 \cdot V}$ où M désigne la masse molaire de l'acide tartrique.

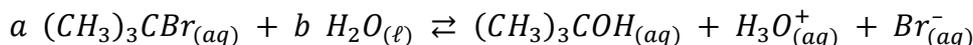
On considère que l'incertitude-type pour la concentration massique est donnée par la relation : $\frac{u_{C_m}}{C_m} = \sqrt{\left(\frac{u_{C_B}}{C_B}\right)^2 + \left(\frac{u_{V_E}}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u_V}{V}\right)^2}$

- Q7.** Ce vin est-il propre à la consommation ?

Exercice 2 : Pot-pourri de chimie

Les parties 1, 2 et 3 de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

On se propose d'étudier dans cette exercice la réaction d'hydrolyse du 2-bromo-2-méthylpropane qui conduit à la formation de 2-méthylpropan-2-ol, d'ion oxonium et d'ion bromure :



A l'instant initial, aucun des produits n'est présent dans le milieu réactionnel et la concentration de $(CH_3)_3CBr$ vaut $c_0 = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Données :

Propriétés	2-bromo-2-méthylpropane	2-méthylpropan-2-ol
Formule brute	$(CH_3)_3CBr$	$(CH_3)_3COH$
Solubilité dans l'eau	Assez mauvaise	Très bonne
Température de fusion	-16,2 °C	25 °C

- Constante d'équilibre de la réaction : $K^0(T = 25^\circ\text{C}) = 2 \times 10^5$
- Constante des gaz parfaits $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Electronégativité (échelle de Pauling) : $\chi(H) = 2,2$; $\chi(C) = 2,6$; $\chi(O) = 3,4$; $\chi(Br) = 3,0$.
- Version simplifiée du tableau périodique :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H																	He
2	Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr

Partie 1 : Structure de la matière

- Q1. Donner la structure électronique de l'atome d'oxygène et de l'atome de brome. Donner la représentation de Lewis de chacun de ces atomes.
- Q2. A quelle famille appartient le brome ?
- Q3. Donner la représentation de Lewis de l'ion oxonium H_3O^+ .
- Q4. Donner la représentation de Lewis du 2-bromo-2-méthylpropane (l'atome centrale est un carbone qui n'est relié à aucun H) et du 2-méthylpropan-2-ol (l'atome centrale est également un carbone qui n'est relié à aucun H).
- Q5. Le 2-bromo-2-méthylpropane est-il polaire ? Est-il protique ?
Mêmes questions pour le 2-méthylpropan-2-ol.
- Q6. Expliquer la différence de solubilité entre ces deux entités chimiques.
- Q7. A quel changement d'état correspond la fusion ? Expliquer la différence de température de fusion entre ces deux entités.

Partie 2 : Equilibre

- Q8.** Déterminer la valeur des coefficients stœchiométriques a et b dans l'équation bilan de la réaction.
- Q9.** Déterminer le quotient initial de réaction $Q_{r,0}$.
- Q10.** En déduire le sens d'évolution de la réaction.
- Q11.** Pourquoi peut-on considérer que la réaction est totale ?
- Q12.** Donner l'équation satisfaite par l'avancement volumique final x_f .
Montrer que la réaction peut bien être considérée comme totale en calculant l'avancement volumique final x_f (résolution de l'équation de degré 3 à la calculatrice) et en le comparant à l'avancement volumique maximal x_{max} .

Partie 3 : Cinétique chimique

On travaille à 25°C. La réaction est supposée totale. Les résultats sont les suivants, en notant c la concentration de $(CH_3)_3CBr$:

t (heures)	0	2	4	8	12	20	30	40
c (mol/L)	0,100	0,090	0,080	0,065	0,052	0,033	0,019	0,011

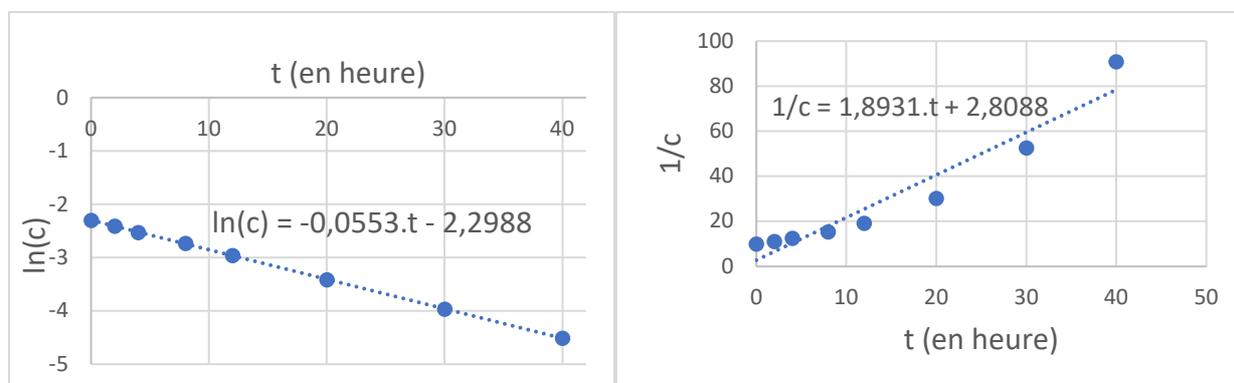
- Q13.** Estimer, en justifiant, la valeur du temps de demi-réaction.
- Q14.** Avec quelle technique expérimentale peut-on suivre l'évolution de cette réaction ? Justifier.

On suppose que la loi de vitesse dans ce cas s'écrit sous la forme :

$$v = k. [(CH_3)_3CBr]^p$$

- Q15.** Pourquoi y a-t-il dégénérescence de l'ordre par rapport à l'eau ?
- Q16.** Dans l'hypothèse où $p = 1$, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la concentration $(CH_3)_3CBr$ et donner sa solution.
- Q17.** Dans l'hypothèse où $p = 2$, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la concentration $(CH_3)_3CBr$ et donner sa solution.

On modélise les données de la façon suivante :



- Q18.** Quelle est l'hypothèse vérifiée ? En déduire la valeur de la constante de vitesse k . Dans les mêmes conditions mais à 50°C, le temps de demi-réaction est de 56 minutes.
- Q19.** Déterminer la relation entre k et $t_{1/2}$. Calculer alors k à cette température.
- Q20.** Rappeler la loi d'Arrhenius. En déduire l'énergie d'activation de la réaction.

Exercice 3 : Le trébuchet

(d'après Bac S 2007)

Le trébuchet est une machine de guerre utilisée au Moyen Âge au cours des sièges de châteaux forts. Le projectile pouvait faire des brèches dans les murailles des châteaux forts situés à plus de 200 m du trébuchet. Son principe de fonctionnement est le suivant : Un contrepoids relié à un levier est maintenu à une certaine hauteur par des cordages. Il est brusquement libéré. Au cours de sa chute, il agit sur un levier au bout duquel se trouve une poche en cuir dans laquelle est placé le projectile.

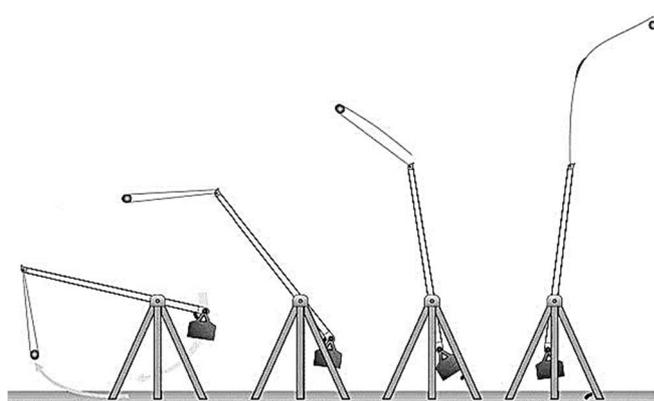


Lors de sa libération, le projectile de la poche se trouve à une hauteur $H = 10$ m et est projeté avec une vitesse \vec{v}_0 faisant un angle α avec l'horizontale.

Les mouvements du contrepoids et du projectile s'effectuent dans un champ de pesanteur uniforme.

Données :

- Masse du projectile $m = 130$ kg.
- Intensité du champ de pesanteur : $g \approx 10$ m.s⁻²
- Hauteur du projectile au moment du lancer :
 $H = 10$ m.
- Masse volumique de l'air $\rho_{\text{air}} = 1,3$ kg.m⁻³.
- Volume du projectile $V = 50$ L



www.home.no/fhide/trebuchet.htm

Étude du mouvement du projectile après libération

Le système étudié est le projectile. Les frottements de l'air sur le projectile seront négligés dans cette étude. Le champ de pesanteur \vec{g} est parallèle à l'axe Oz.

- Q1.** Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du poids \vec{P} et de la poussée d'Archimède \vec{P}_A qui s'exercent sur le projectile.
- Q2.** Est-il judicieux de négliger par la suite la poussée d'Archimède ?
- Q3.** En appliquant la 2^{de} loi de Newton dans le cadre de la chute libre, déterminer les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué.
- Q4.** Donner l'expression des coordonnées du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 , notées v_{0x} et v_{0z} , en fonction de v_0 et α .

On appelle composante horizontale de la vitesse la coordonnée $v_x(t)$ du vecteur \vec{v} et composante verticale la coordonnée $v_z(t)$.

- Q5.** Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse \vec{v} du système au cours de son mouvement.
- Q6.** En déduire la nature du mouvement du projectile en projection sur l'axe horizontal. Justifier.
- Q7.** Déterminer l'expression des équations horaires du mouvement du projectile : $x(t)$ et $z(t)$.

Q8. Montrer que l'équation de la trajectoire du projectile est la suivante :

$$z = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \cdot x + H$$

Q9. Quelle est la nature de la trajectoire du projectile ? Représenter qualitativement l'allure de la trajectoire sur un schéma.

- Q10.** En utilisant l'expression de l'équation de la trajectoire obtenue à la question 8., indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile.
- Q11.** Dans le cas où le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale, montrer que l'abscisse de son point de chute est : $x = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$.
- Q12.** Avec quelle vitesse initiale v_0 horizontale, le projectile doit-il être lancé pour atteindre la base du mur du château situé à une distance $x = 100$ m ?

Exercice 3bis : Tir d'un obus vers le zénith

D'après Concours Petites Mines 1999

Au XVII^{ème} siècle, le Père Mersenne, ami et correspondant de Descartes, se livra à un tir d'obus, le canon étant pointé vers le zénith. Le résultat ne fut pas du tout celui escompté. On se propose d'étudier l'influence de différents facteurs physiques sur la trajectoire de l'obus.

En un lieu A, un canon tire un obus, assimilé à un point M, à la vitesse $v_0 = 100 \text{ m.s}^{-1}$ suivant la verticale.

On note \vec{g} le champ de pesanteur terrestre de norme g supposé constante égale à $9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

A) Chute libre sans frottements

On étudie tout d'abord la chute de l'obus dans le champ de pesanteur en se plaçant dans le référentiel terrestre.

On ne considèrera pas la poussée d'Archimède ni la force de frottements fluides.

- Q1.** Établir l'équation décrivant le mouvement de l'obus.
- Q2.** Établir l'expression de la position \overrightarrow{AM} de l'obus à un instant quelconque.
- Q3.** Établir l'expression de l'altitude maximale atteinte par l'obus. Faire l'application numérique.
- Q4.** En quel point et au bout de combien de temps retombe-t-il ? Application numérique.
- Q5.** Peut-on considérer raisonnablement comme galiléen le référentiel terrestre compte tenu du mouvement étudié ? Justifier.

Le canon est maintenant orienté avec un angle α par rapport à l'horizontale.

- Q6.** Établir l'expression de la portée de l'obus en fonction de α notamment. Pour quel angle cette portée est-elle maximale ?

B) Introduction des frottements

La résistance de l'air sur l'obus en plomb de masse $m = 6,0$ kg et animé d'une vitesse \vec{v} , se traduit par une force de norme $k \cdot v^2$. Au voisinage des conditions normales, $k = 2,0 \cdot 10^{-3}$ USI.

On rappelle la valeur de la masse volumique de l'air : $\rho_a = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$ et on donne la masse volumique du plomb : $\rho_p = 11,3 \text{ g.cm}^{-3}$.

On oriente à nouveau le canon selon la verticale.

- Q7.** Préciser l'unité de k selon les unités de base du système international.
- Q8.** Comparer la force de frottement au poids du plomb. Que penser ?
- Q9.** Comparer la poussée d'Archimède au poids du plomb. Que penser ?
- Q10.** Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse \vec{v} du point M. Est-elle linéaire ?
- Q11.** En déduire l'expression de la vitesse limite v_{lim} pour l'obus.
- Q12.** Une résolution de l'équation différentielle donnée ci-dessus donne une altitude maximale $h_{\text{max}} = 430$ m. Commenter ce résultat.

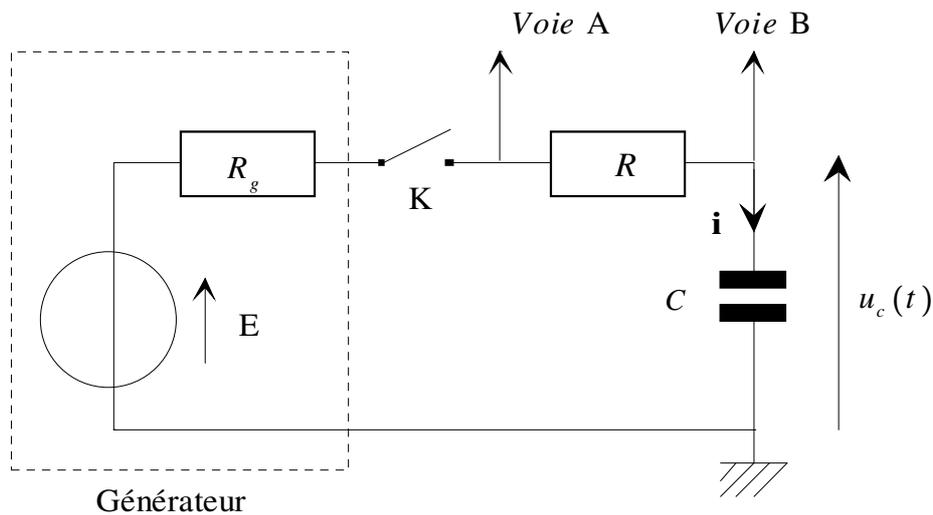
Exercice 4 : Régime transitoire

D'après Concours Petites Mines 2002

Un dipôle comporte entre ses bornes un résistor de résistance R et un condensateur de capacité C placés en série.

On le place aux bornes d'un générateur de force électromotrice E et de résistance interne R_g en série avec un interrupteur K .

Initialement, le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit u_c la tension aux bornes du condensateur. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

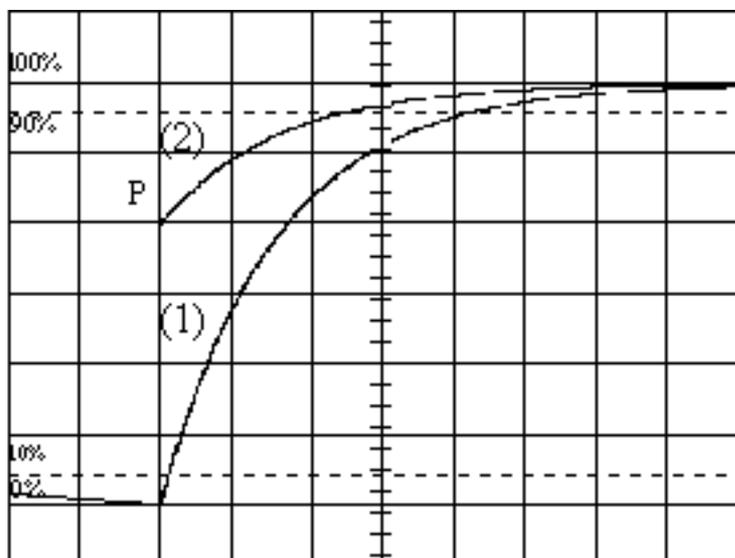


- Q1. Déterminer, sans calcul et en le justifiant $u_c(0^+)$, $i(0^+)$.
- Q2. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit $u_c(t)$.
- Q3. Déterminer la constante de temps τ du circuit, et donner son interprétation physique.
- Q4. Etablir l'expression de $u_c(t)$.
- Q5. Déterminer l'expression de t_1 pour que $u_c = 0,9.E$.

Dans l'étude expérimentale du circuit RC, on observe l'oscillogramme ci-dessous en utilisant un générateur délivrant des signaux créneaux.

Les sensibilités sont : 1V/carreau vertical ; 0,1 ms/carreau horizontal.

L'oscilloscope est supposé idéal (sa résistance d'entrée est supposée infinie).

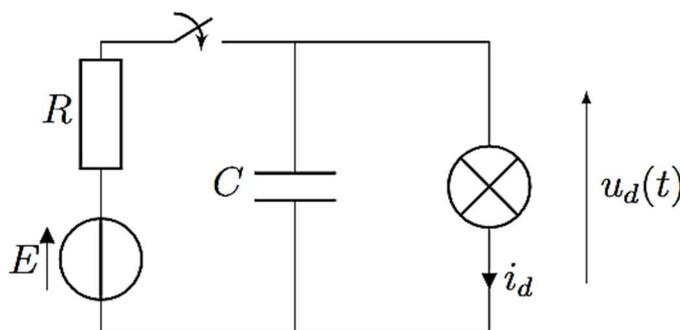


- Q6.** Identifier les courbes (1) et (2) aux voies A et B en justifiant votre choix.
- Q7.** Préciser l'expression de la tension au point P . Sachant que $R = 100 \Omega$, déterminer R_g .
- Q8.** En déduire la valeur de C et E .
- Q9.** Estimer une majoration de la fréquence du signal carré utilisé.
- Q10.** Comment pourrait-on observer l'intensité ?

Exercice 4 bis : Lampe à décharge

Une lampe à décharge, dont la tension entre ses bornes est notée $u_d(t)$, possède les caractéristiques suivantes :

- Si la lampe est éteinte, elle se comporte comme une résistance infinie et reste éteinte tant que $|u_d(t)| < U_a$. La tension U_a est la tension d'allumage.
- Si la lampe est allumée, elle se comporte comme une résistance de valeur R_d et reste allumée tant que $|u_d(t)| > U_e$. La tension U_e est la tension d'extinction et $U_e < U_a$.



- Q1.** Tracer la caractéristique de l'intensité i_d en fonction de la tension u_d de la lampe à décharge lors d'une phase de charge allant de $u_d = 0$ à $u_d = U_{\max}$ avec $U_{\max} > U_a$.

Tracer ensuite la même caractéristique pour une phase de décharge allant de $u_d = U_{\max}$ à $u_d = 0$.

Pour $t < 0$ le condensateur est déchargé et l'interrupteur est ouvert. À $t = 0$ on ferme ce dernier.

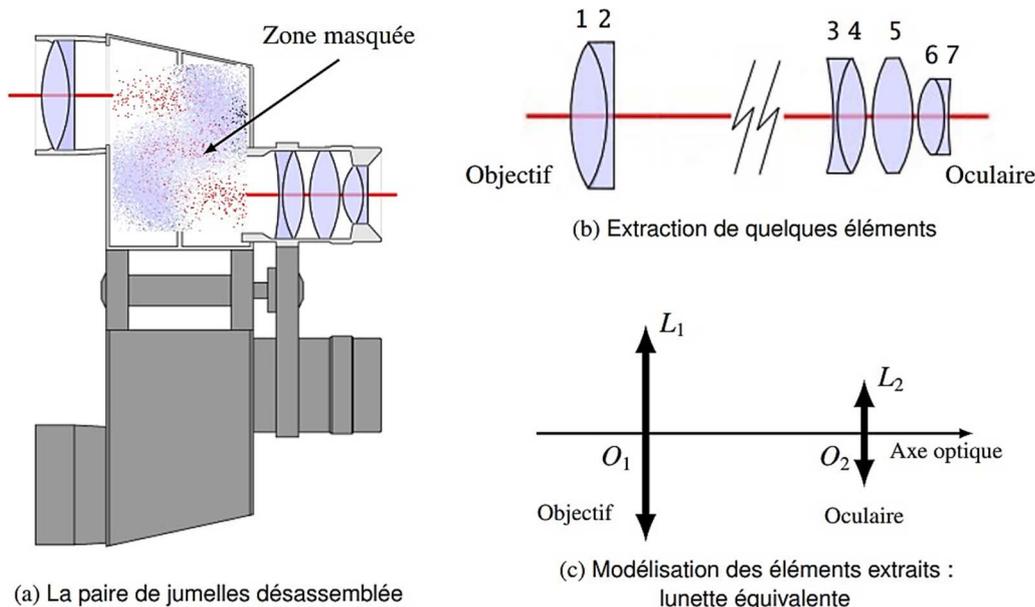
- Q2.** Quel est alors l'état de la lampe ? Représenter le schéma du circuit étudié dans cette phase.
- Q3.** Déterminer, en utilisant le comportement en régime permanent du condensateur, la valeur finale atteinte par u_d .
- Q4.** Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_d(t)$. La résoudre.
- Q5.** Donner une condition sur la f.é.m. E pour que la lampe s'allume. Si cette condition est vérifiée, exprimer le temps d'allumage T_a .

On s'intéresse maintenant à ce qu'il se passe lorsque la lampe est allumée.

- Q6.** Représenter le circuit dans ce cas et y introduire les grandeurs électriques nécessaires.
- Q7.** Déterminer, en utilisant le comportement en régime permanent du condensateur, la valeur finale atteinte par u_d .
- Q8.** Établir l'équation différentielle vérifiée $u_d(t)$ pour $t > T_a$. La résoudre (On fera attention au fait qu'ici l'instant initial correspond à l'instant T_a).
- Q9.** Sous quelle condition la lampe peut-elle s'éteindre ?
- Q10.** Que se passe-t-il si la lampe s'éteint ? Quelle est l'intérêt de ce montage ?

Exercice 5 : Étude d'une paire de jumelles

Ce problème étudie une paire de jumelles. Démontée (voir figure 1), la paire de jumelles se trouve être constituée d'éléments optiques assez simples : des lentilles convergentes et divergentes ainsi que des prismes dans la zone masquée.



On s'intéresse aux groupes de lentilles (extraites de l'ensemble sur la figure (b)) que nous modéliserons, en entrée et en sortie, par des lentilles minces convergentes. La modélisation est présentée en figure (1c). On note f'_1 et O_1 (respectivement f'_2 et O_2) la distance focale image et le centre de l'objectif (respectivement de l'oculaire).

Dans tout le problème, on suppose que $f'_2 = u$ et $f'_1 = 7f'_2 = 7u$ où u est une longueur de référence à déterminer.

- Q1.** Identifier, par leur numéro, les lentilles minces divergentes visibles sur la figure 1(b).
- Q2.** Proposer une méthode de détermination rapide du caractère convergent ou divergent d'une lentille ne portant aucune indication.
- Q3.** Ces lentilles sont utilisées dans les conditions de l'approximation de Gauss. Quelles sont ces conditions ? Quelles conséquences en découlent si elles sont respectées ?
- Q4.** La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal : l'image d'un objet à l'infini par la lunette équivalente se forme à l'infini. Quel avantage présente ce réglage pour un être humain ? Comment doivent être placés le foyer principal image de l'objectif par rapport au foyer principal objet de l'oculaire ? (La réponse devra être justifiée !)
- Q5.** Représenter sur votre copie, à l'échelle, la lunette équivalente afocale ; on prendra, pour simplifier la construction, $u = 1$ cm. Tous les foyers doivent être positionnés et visibles, les orientations précisées. Dessiner le trajet de deux rayons lumineux arrivant, de l'infini, sur l'objectif et inclinés d'un angle α par rapport à l'axe optique. On notera α' l'angle, par rapport à l'axe optique, du rayon correspondant émergent de l'oculaire.
- Q6.** Exprimer $\tan(\alpha)$ et $\tan(\alpha')$ en fonction de la taille de l'image intermédiaire et f'_1 ou f'_2 .
- Q7.** En déduire l'expression algébrique du grossissement, noté G défini par $G = \alpha'/\alpha$, en fonction de f'_1 et f'_2 . On utilisera l'approximation des petits angles. Évaluer numériquement G .
- Q8.** Commenter le signe de G . Quelle est la conséquence pratique ? Quelle fonction doit donc assurer le système optique placé dans la zone masquée ?