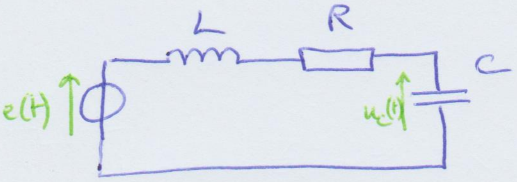
SF6 : RLC série : résonance en tension



$$\underline{Q1} : \underline{u_c}(t) = \underbrace{U_c \cdot e^{j\varphi}}_{\underline{U_c}} e^{j\omega t}$$

(on a $\underline{e}(t) = E_0 \cdot e^{j\omega t}$ donc $\underline{E_0} = E_0$)

Q2 : pont diveur de tension

$$\underline{U_c} = \frac{\frac{1}{jC\omega} \cdot E_0}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{E_0}{1 + jRC\omega + j^2 LC\omega^2}$$

$$\underline{U_c} = \frac{E_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \cdot \frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}$$

avec $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

et $\boxed{Q = \frac{1}{R} \times \sqrt{\frac{L}{C}}}$

Q3 : $U_c = |\underline{U_c}| = \dfrac{E_0}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2}}$ $\rightarrow$ $\begin{cases} U_c(\omega = 0) = E_0 \\ U_c(\omega_0) = QE_0 \\ U_c(\omega \to \infty) = 0 \end{cases}$

Recherche du maximum de U_c

U_c est maximum quand $(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q}$ est minimum.

On dérive cette fonction et on cherche à annuler la dérivée :

$$-2(1-x^2) \times 2.x + \frac{2x}{Q^2} = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$$

ou

$\boxed{x = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$ possible si $\boxed{Q \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}}$

Résonance si $Q \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$: $\boxed{\omega_r = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$
($U_c > E_0$)

$$U_c(\omega_r) = \frac{QE}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$$

QS :

pour $x \leq 1$

$$\varphi_{u_c} = \arg(\underline{u_c}) = -\arctan\left(\frac{\frac{1}{Q}\cdot x}{1-x^2}\right)$$

pour $x \geq 1$

$$\varphi = -\pi + \arctan\left(\frac{\frac{1}{Q}x}{x^2-1}\right)$$

$$\longrightarrow \begin{cases} \varphi(\omega \to 0) = \varphi(x \to 0) = 0 \\ \varphi(\omega = \omega_r) = \varphi(x=1) = -\frac{\pi}{2} \\ \varphi(\omega \to \infty) = \varphi(x \to \infty) = -\pi \end{cases}$$

la phase pour $\omega = \omega_0$ vaut $-\frac{\pi}{2}$ avec ou sans résonance.