Propagation d'un signal : notion d'onde

Travaux Dirigés

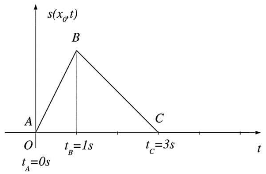
“ Le véritable obscurantisme ne consiste pas à s'opposer à la propagation des idées vraies, claires et utiles, mais à en répandre de fausses.”.
Johann Wolfgang von Goethe (1749-1832)

En autonomie

Cahier d'entrainement : fiche 2 : 2.13 à 2.15.

Savoir-faire

Savoir-faire 1 – Prévoir l'évolution temporelle et l'évolution spatiale d'une onde



On enregistre le signal en $\boldsymbol{x_0}$ = −1 m : $\boldsymbol{s(x_0,t)}$.

On note $\boldsymbol{v_{onde}}$ = 2 m.s^{-1} la vitesse de propagation de l'onde dans le sens des $\boldsymbol{x}$ croissants.

Q1. Tracer $\boldsymbol{s(x_1,t)}$ pour $\boldsymbol{x_1}$ = 1 m.

Q2. Tracer $\boldsymbol{s(x,t_0)}$ pour $\boldsymbol{t_0}$ = 3 s.

Savoir-faire 2 – Savoir décoder l'expression mathématique d'une onde

On considère une onde unidimensionnelle se propageant sur l'axe Ox, modélisée par la fonction : $\boldsymbol{s(t) = 5.sin(2,4\times 10^3.\pi.t - 7.\pi.x + 0,7.\pi)}$ avec x en m et t en s.

Q1. Calculer la période, la fréquence, la pulsation de ce signal.

Q2. Calculer la longueur d'onde, le nombre d'onde et le vecteur d'onde.

Q3. Dans quel sens se propage cette onde ?

Q4. Quelle est sa vitesse de propagation ?

Savoir-faire 3 – Savoir obtenir l'expression mathématique d'une onde

Une onde progressive sinusoïdale d'amplitude A =1,0 mm se propage sur une corde Ox dans le sens des x décroissants. Sa fréquence est f = 100 Hz et sa célérité v = 25 m.s^{-1}. En O et à la date $t = 0$, la perturbation $s(x,t)$ modélisant l'onde est au minimum.

Q1. Calculer sa longueur d'onde.

Q2. Exprimer $s(x,t)$.

Savoir-faire 4 – Relier le déphasage entre les signaux au retard dû à la propagation

On considère les tensions délivrées par deux microphones : un fixe en O et l'autre mobile en M, captant une onde progressive sinusoïdale émise par un haut-parleur. Lorsque les deux microphones sont placés en O, on observe sur un oscilloscope les signaux de la figure a.

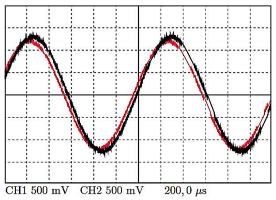


Figure a

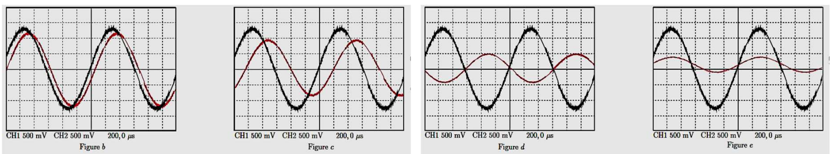
Q1. Quelle est la fréquence $\boldsymbol{f}$ de l'onde ?

On recule progressivement l'un des microphones. Les figures b, c, d et e correspondent aux positions du point M d'abscisses x_b, x_c, x_d = 21 cm et x_e.

Q2. Quelle est la longueur d'onde de l'onde sonore ?

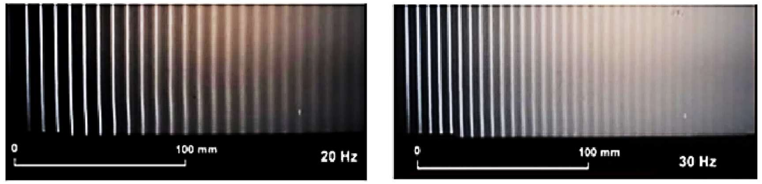
Q3. Que vaut la vitesse de propagation $\boldsymbol{v}$ de l'onde sonore ?

Q4. Déterminer les abscisses x_2 et x_4.



Savoir-faire 5 – Mettre en évidence le caractère dispersif d'un milieu

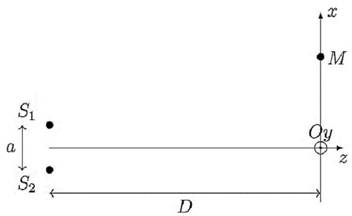
À l'aide d'une baguette accrochée à un pot vibrant, on réalise des ondes unidimensionnelles dans une cuve à onde remplie par 1 cm d'eau.



Q1. À l'aide des deux photographies, montrer que la cuve est un milieu dispersif.

Savoir-faire 6 – Déterminer une figure d'interférence

Deux émetteurs considérés comme ponctuels, situés en S_1 et S_2, émettent des ondes sonores harmoniques de même fréquence $\boldsymbol{f} = 1{,}0\ \mathrm{kHz}$ et en phase. Un petit micro M peut être déplacé le long de l'axe Ox : il délivre une tension proportionnelle à l'intensité sonore reçu au point M d'abscisse $\boldsymbol{x_M}$.



Les signaux émis par les sources S_1 et S_2 sont identiques :

$$s_1(S_1,t) = s_2(S_2,t) = A.\cos(\omega.t)$$

Au point M, ces deux signaux s'écrivent :

$$s_1(M,t) = A_1.\cos(\omega.t - \phi_1(M))$$
$$s_2(M,t) = A_2.\cos(\omega.t - \phi_2(M))$$

La célérité du son dans l'air est $\boldsymbol{v_{son}} = 340\ \mathrm{m.s^{-1}}$

Q1. Exprimer puis calculer la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ des ondes émises par les sources.

Q2. Expliquer pourquoi en réalité $\boldsymbol{A_1 \neq A}$ et $\boldsymbol{A_2 \neq A}$. Quelle hypothèse nous permet de considérer $\boldsymbol{A_1 = A_2 = A}$?

Dans la suite on prendra $\boldsymbol{A_1 = A_2 = A}$.

Q3. Que représentent les termes $\boldsymbol{\phi_1}(M)$ et $\boldsymbol{\phi_2}(M)$? Les exprimer notamment en fonction des distances S_1M et S_2M.

Q4. Exprimer le déphasage $\Delta\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\phi_2}(M) - \boldsymbol{\phi_1}(M)$ en M entre les deux ondes issues de S_1 et S_2 en fonction de la différence de marche $\boldsymbol{\delta}(M) = S_2M - S_1M$ et de $\boldsymbol{\lambda}$.

Q5. À quelle condition portant sur la différence de marche $\boldsymbol{\delta}$ les interférences sont-elles destructives ?

Q6. Dans l'hypothèse où $\boldsymbol{x_M \ll D}$ et $\boldsymbol{a \ll D}$, il est possible de montrer que $\boldsymbol{\delta}(M) = \frac{a.x_M}{D}$

En déduire les positions du micro pour lesquelles les interférences sont destructives. L'amplitude du son reçu par le micro dans ces positions est-elle minimale ou maximale ?

Q7. Quel est l'interfrange pour cette figure d'interférence ?

Q8. Retrouver l'expression de la différence de marche grâce au théorème de Pythagore et au développement limité de la fonction racine carrée en 1 : $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ quand $x \ll 1$.

Exercices incontournables

Exercice 1 : Retrouver une formule à partir des unités

La célérité $\boldsymbol{v}$ des ondes transversales le long d'une corde sans raideur est déterminée par les paramètres physiques suivants : la masse volumique $\boldsymbol{\rho}$ du matériau de la corde, le diamètre $\boldsymbol{d}$ de la corde et la tension $\boldsymbol{T}$ à laquelle elle est soumise. On fait l'hypothèse d'une formule du type : $\boldsymbol{v = K.\rho^{\alpha}.d^{\beta}.T^{\gamma}}$ où $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\gamma}$ sont des constantes sans unité.

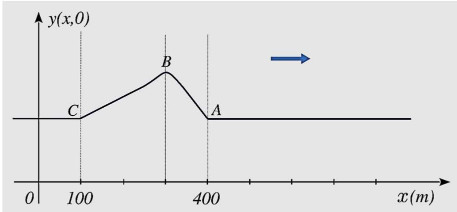
Q1. Déterminer $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\gamma}$.

Exercice 2 : Mascaret (★☆☆)

Le mascaret est une vague solitaire remontant un fleuve au voisinage de son estuaire, et provoquée par l'interaction entre son écoulement et la marée montante.

On considère ici un mascaret se déplaçant à la vitesse v_{onde} = 20 km.h^{-1} le long d'un fleuve rectiligne et on définit un axe (Ox) dans la direction et le sens de sa propagation.

À un instant t_0 = 0, le profil du niveau de l'eau du fleuve a l'allure suivante :

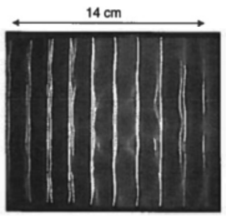


Faire un schéma du profil du niveau du fleuve à t_1 = 1,5 min (1 min 30 s), en supposant que l'onde se propage sans déformation.

Q1. Un surfeur attend sur sa planche au niveau de l'abscisse x_s = 2,0 km. À quel instant va-t-il être atteint par la vague ?

Q2. Un détecteur fixe, enregistrant la hauteur du fleuve en fonction du temps, est placé à l'abscisse x_d = 1,4 km. Dessiner l'allure du signal enregistré $y(x_d, t)$ en fonction de t (on choisira une échelle où t est en minutes). On justifiera son tracé.

Exercice 3 : Onde de houle (★☆☆)



On simule la houle au laboratoire avec une cuve à ondes en utilisant une lame vibrante qui crée à la surface de l'eau une onde sinusoïdale de fréquence f = 7,9 Hz. La flaque d'eau contenue dans la cuve possède une épaisseur e = 2 mm. Une photo par stroboscopie est donnée ci-contre.

La vitesse de propagation des ondes à la surface de l'eau dépend du rapport entre la profondeur de l'eau et la longueur d'onde de la houle :

- Cas des ondes dites « courtes » si la longueur d'onde λ est faible devant la profondeur h d'eau ($\lambda < \frac{h}{2}$) :

$$v_{onde} = \sqrt{\frac{g.\lambda}{2\pi}} \quad \text{(où } g = 9{,}81\ \text{m.s}^{-2} \text{ est l'intensité de la pesanteur) ;}$$

- Cas des ondes dites « longues » si $\lambda > 5.h$:

$$v_{onde} = \sqrt{gh}$$

Q1. La houle est-elle une onde transversale ou longitudinale ?

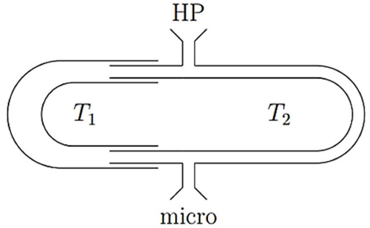
Q2. À quel type d'onde la houle présente dans la cuve correspond-elle ?

Q3. Combien de temps met l'onde pour traverser une cuve de longueur D = 30 cm.

Q4. Combien de temps mettrait une onde de longueur d'onde λ' = 0,9 mm ? Comment peut-on qualifier ce milieu de propagation ?

Q5. Calculer la période d'une houle maritime ayant une longueur d'onde de 60 m au niveau d'une fosse océanique de 3000 m.

Exercice 4 : Trombone de Kœnig (★★☆)



Le trombone de Kœnig est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents. Un haut-parleur, alimenté par un générateur basses fréquences, émet un son de fréquence f = 1, 5 kHz.

Un microphone branché sur un oscilloscope enregistre le signal sonore en sortie.

En déplaçant la partie mobile du tuyau T_1, on fait varier l'amplitude du signal observé. Elle passe deux fois de suite par une valeur minimale lorsqu'on déplace T_1 de d = 11, 5 cm.

Q1. On note d_1 la distance entre le haut-parleur et le micro en passant par le tuyau T_1, et d_2 la distance en passant par le tuyau T_2.

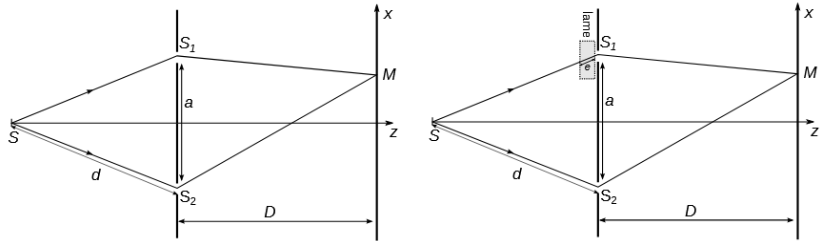
De combien varie la différence de marche $\delta = d_1 - d_2$ lorsqu'on déplace la partie T_1 d'une distance d ?

Q2. Déterminer la valeur de la longueur d'onde de l'onde sonore dans cette expérience.

Q3. Déterminer la vitesse du son dans l'air à la température où l'expérience est réalisée.

Exercice 5 : Mesure de l'épaisseur d'une lame (★★☆)

On considère un dispositif des trous d'Young, éclairé par une source quasi-monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ = 500 nm. On note a = 0,5 mm la distance entre les deux trous, D = 2,0 m la distance écran-trous.



Q1. (question de cours) On se place dans le cas de la figure de gauche. Établir les expressions de la différence de chemin optique $\delta(M)$ au point M sur l'écran, en fonction de x, a et D. On supposera a et x très petits devant D.
Donner ensuite l'expression de l'intensité lumineuse (formule de Fresnel), et de l'interfrange.

Q2. La frange centrale est la frange brillante qui correspond à une différence de chemin optique nulle. En déduire sa position x sur l'écran.

On place maintenant une lame de verre d'indice $n = 1{,}4$ et d'épaisseur e devant la fente S_1. On suppose que les rayons la traversant le font quasiment sans être inclinés : ils parcourent dans la lame une distance e.

Q3. L'expression de la différence de chemin optique $(S_1M) - (S_2M)$ a-t-elle changé par rapport au cas précédent ?

Q4. Est-ce également le cas pour $(SS_1) - (SS_2)$? Exprimer cette différence en fonction de n et de e.

Q5. En déduire l'expression complète de la différence de chemin optique. Quelle est la nouvelle position de la frange centrale ? Donner l'expression de son déplacement en termes de nombre d'interfranges.

Q6. Expérimentalement, on mesure un déplacement de 10 interfranges. Que vaut e ?