Mouvements de rotation
Travaux dirigés

Exemples de questions de cours

1. Définir les systèmes de coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques (dessiner et repérer un point M dans le plan et représenter les vecteurs unitaires).
2. Quelle est l'expression des vecteurs unitaires de la base polaire $\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{u_\theta}$ en fonction de ceux de la base cartésienne $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$? Quelle est l'expression de leur dérivée temporelle ?
3. *Mouvement circulaire* :
   - Définir le mouvement et faire un schéma.
   - Donner l'expression du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires et les faire apparaitre sur un schéma.
   - Identifier l'accélération normale et l'accélération tangentielle et les exprimer en fonction de la norme $\boldsymbol{v}$ du vecteur vitesse.
   - Que devient l'accélération tangentielle pour un mouvement uniforme ?

Exercices d'application

Exercice 1 : Cinématique en coordonnées cylindriques : parking

On considère une voiture qui parcourt une rampe d'accès à un parking, qui permet d'accéder aux différents étages. Cette rampe est hélicoïdale, c'est-à-dire que la distance entre l'axe du parking et une voiture qui parcourt la rampe reste constante égale à $\boldsymbol{R}$ = 30 m, et l'angle $\boldsymbol{\alpha}$ entre la route et l'horizontale est constant.

De plus, la voiture roule à vitesse constante $\boldsymbol{v_0}$. On décrit la voiture par un point M.

Q1. Quel système de coordonnées est-il judicieux d'utiliser ?

Q2. Donner les expressions de $z(t)$ et de $r(t)$ dans ce système de coordonnées (on supposera la vitesse selon z donnée, par exemple v_z = 1,5 m.s^{-1}).

Q3. Donner l'expression de la vitesse $\vec{v}$ et de l'accélération $\vec{a}$ de la voiture. On montrera en particulier que l'accélération est radiale, c'est-à-dire dirigée selon $\overrightarrow{u_r}$.

Exercice 2 : Mouvement circulaire avec ressort

On considère une masse, assimilable à un point matériel M de masse $\boldsymbol{m}$, placée sur un plan horizontal où elle peut se déplacer sans frottement. Elle est reliée par un ressort de raideur $\boldsymbol{k}$ et longueur naturelle ℓ_0 à un point O. À l'instant initial, $OM = L$ et la masse est lancée avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$. On cherche comment choisir $\overrightarrow{v_0}$ et $\boldsymbol{L}$ pour que le mouvement soit circulaire.

Q1. Qualitativement, quel est le rayon du cercle et quelle est la direction à donner à $\overrightarrow{v_0}$.

Q2. Montrer que si le mouvement est circulaire alors il est également uniforme.

Q3. En déduire une condition sur $\boldsymbol{L}$ et la valeur à donner à $\boldsymbol{v_0}$ en fonction de $\boldsymbol{L}$ pour que le mouvement soit circulaire.

Exercice 3 : Chaussette dans un sèche-linge

Dans le tambour d'un sèche-linge, on observe que le mouvement d'une chaussette s'effectue en une alternance de deux phases :

- dans un premier temps, elle est entraînée par le tambour dans un mouvement de rotation uniforme.
- elle retombe en chute libre dans un deuxième temps.

L'observation montre qu'à chaque tour, elle décolle du tambour au même endroit. On cherche à déterminer ce lieu. On modélise le tambour par un cylindre de rayon $\boldsymbol{R}$ = 25 cm tournant à 50 tours.min^{-1}. On s'intéresse au mouvement de la chaussette que l'on assimile à un point matériel M de masse $\boldsymbol{m}$. On étudie la première phase, pendant laquelle le linge est entraîné dans un mouvement de rotation circulaire et uniforme à la même vitesse que le tambour et en restant collé aux parois du tambour. Pour les applications numériques, on considère que $\boldsymbol{g}$ = 9, 8 m.s^{-2}.

Q1. Déterminer l'accélération de la chaussette.

Q2. En déduire la réaction du tambour sur la chaussette.

Q3. Pour quel angle la chaussette se décolle-t-elle de la paroi du tambour ?

Q4. Quel est le mouvement ultérieur de la chaussette ?

Exercices d'entrainement

Exercice 4 : Toboggan aquatique

Un enfant, assimilable à un point matériel M, se tient prêt à partir en haut d'un grand toboggan d'un parc aquatique. A partir de $\boldsymbol{t}$ = 0, M décrit une trajectoire d'équations paramétriques (dans la base cartésienne) : $x(t) = R.\cos(\omega.t)$, $y(t) = R.\sin(\omega.t)$, $z(t) = -\alpha.t$

Q1. Donner la dimension de R, w et a, qui sont des constantes réelles strictement positives.

Q2. Donner les équations paramétriques cylindriques du mouvement $(r(t); \theta(t); z(t))$.

Q3. Déterminer l'allure de la trajectoire.

Q4. Donner les expressions du vecteur vitesse dans les deux bases. Quelle est la norme de ce vecteur ?

Exercice 5 : Snowboard dans un half-pire

On s'intéresse à un snowboarder dans un half-pipe. Pour simplifier, on considère qu'il se déplace sur un plan en coupe perpendiculaire à l'axe du half-pipe. On assimile le snowboarder à un point matériel de masse $\boldsymbol{m}$, qui glisse sans frottement, et on considère que le half-pipe est un demi-cylindre de rayon $\boldsymbol{R}$ constant. Le snowboarder démarre en $\boldsymbol{\theta} = \pi/2$ avec une vitesse nulle.

Q1. Faire un schéma représentant le half-pipe en coupe, le snowboarder et le repère choisi pour l'étude.

Q2. Établir l'équation du mouvement portant sur l'angle $\boldsymbol{\theta}$.

Q3. Multiplier l'équation précédente par $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ et l'intégrer afin d'en déduire une expression de $\dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathbf{2}}$. On justifiera bien la constante d'intégration.

Q4. En déduire l'expression de la réaction $\overrightarrow{R_N}$ du support. À quel endroit de la trajectoire cette réaction est-elle maximale, et quelle expression prend-elle alors ?

Q5. Ceci peut être interprété en disant qu'à cet endroit le snowboarder ressent plusieurs fois son propre poids : combien de fois ?

Au programme

Notions et contenus	Capacités exigibles
Cinématique du point Description du mouvement d'un point. Vecteurs position, vitesse et accélération. Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire géométriquement les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques. Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans le cas des coordonnées cylindriques.
	Identifier les degrés de liberté d'un mouvement. Choisir un système de coordonnées adapté au problème.
Mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires planes.

Repérage d'un point dont la trajectoire est connue. Vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour une trajectoire plane.	Situer qualitativement la direction du vecteur vitesse et du vecteur accélération pour une trajectoire plane. Exploiter les liens entre les composantes du vecteur accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur vitesse et sa variation temporelle.