MPSI – CSI

Concours blanc n°1

(Devoir de Physique-Chimie n°4)

Durée : 4 heures

L'usage de la calculatrice est **interdit**

Ce sujet comporte 5 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité.

L'énoncé est constitué de 10 pages.

Consignes générales

- Lire la totalité de l'énoncé et commencer par les exercices les plus abordables.
- Un résultat d'une question précédente peut être admis pour poursuivre l'exercice.

Présentation de la copie :

- Encadrer les expressions littérales et souligner les résultats numériques.
- ***Numéroter les pages*** sous la forme x/nombre total de pages.

Rédaction :

- Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
- **Justifier toutes vos réponses.**
- Les **relations** doivent être **homogènes**.
- Applications numériques : nombre de chiffres significatifs adapté et avec **une unité**. Les résultats sans la bonne unité ne seront pas pris en compte.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : L'eau de Javel

(d'après CCINP 2016 MP et M. Melzani)

Étudiée particulièrement à partir de 1775 par le chimiste français Claude Louis Berthollet, dont la manufacture de produits chimiques a été construite dans le quartier de Javel à Paris, l'eau de Javel est une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium $\left(ClO^-{}_{(aq)} + Na^+{}_{(aq)}\right)$ et de chlorure de sodium $\left(Cl^-{}_{(aq)} + Na^+{}_{(aq)}\right)$. Ce dernier est un composé résiduel du processus de fabrication, en présence d'un excès de soude. Ce sont les ions ClO^- qui, de par leur caractère de fort oxydant, donnent à l'eau de Javel ses propriétés désinfectantes.

Dans tout le problème on considérera les gaz parfaits et les solutions idéales.

I. Généralités

Q1. L'élément chlore fait partie de la famille des halogènes. Dans quelle colonne de la classification périodique se situe-t-il ? Quel est l'ion le plus stable qu'il tend à former ?

Q2. Donner une représentation de Lewis de l'ion hypochlorite ClO^-, de l'acide hypochloreux $HClO$ (on indique que O est l'atome central) et de la molécule de dichlore Cl_2.

II. Décomposition de l'acide hypochloreux en phase gazeuse

En phase gazeuse, l'acide hypochloreux peut se déshydrater en formant de l'hémioxyde de chlore Cl_2O et de l'eau, en phase gazeuse dans ces conditions, suivant la réaction d'équation :

$$2\,HClO_{(g)} \rightleftarrows Cl_2O_{(g)} + H_2O_{(g)}$$

La constante d'équilibre de cette réaction à une température de 298 K vaut : $K^0(298K) = 11{,}1$.

On étudie cette réaction dans une enceinte de volume V = 298 L maintenue à la température constante, notée T, de 298 K. Initialement seul $HClO$ est présent. La pression initiale vaut $p_0 = 8{,}314$ bar. On donne la constante des gaz parfaits R = 8,314 J.K^{-1}.mol^{-1}.

Q3. Faire un tableau d'avancement en quantité de matière. On notera n_0 la quantité de matière initiale de $HClO$ et ξ l'avancement.

Q4. Déterminer la valeur de n_0.

Q5. Donner l'expression de chaque pression partielle en fonction de ξ, R, T, V et éventuellement n_0.

Q6. Donner l'expression du quotient de réaction Q_r de cette réaction, en fonction de ξ et n_0.

Q7. Déterminer l'expression de l'avancement à l'équilibre en fonction de n_0 et K^0.

L'application numérique donne ξ_f = 43,5 mol.

On souhaite comparer cette valeur de ξ_f à la valeur maximale possible, atteinte si la réaction est quasi-totale.

Q8. Déterminer la valeur de l'avancement maximal ξ_{max} de la réaction de décomposition.

Q9. En déduire la valeur du rendement de la réaction, défini comme $\eta = \frac{\xi_f}{\xi_{max}}$.

III. Suivi de la décomposition du bleu brillant en présence d'hypochlorite de sodium

L'eau de Javel est une solution à base d'ions hypochlorite capable de décomposer de nombreuses substances organiques (d'où son pouvoir désinfectant) comme le bleu brillant (E133), colorant alimentaire fréquemment rencontré dans les boissons et les sucreries de couleur bleue.

La cinétique de la décomposition du bleu brillant en présence d'ions hypochlorite d'équation :

$$\mathrm{E133_{(aq.)}} + \mathrm{ClO^-{}_{(aq.)}} = \text{ Produits incolores}$$

est suivie par spectrophotométrie en mesurant l'absorbance A de la solution au cours du temps à une longueur d'onde donnée. On suppose que la vitesse de la réaction v peut se mettre sous la forme :

$$v = k \times [\mathrm{E133}]^{\alpha} \times [\mathrm{ClO^-}]^{\beta}$$

où α est l'ordre partiel par rapport au bleu brillant (E133), β l'ordre partiel par rapport aux ions hypochlorite $\mathrm{ClO^-}$et k la constante de vitesse de la réaction. Cette réaction, qui admet un ordre global entier, est réalisée dans les conditions suivantes : température constante et égale à 298 K, milieu réactionnel homogène, réaction quantitative et volume constant.

Document n°1 – Spectre d'absorption du bleu brillant

La figure 1 trace l'absorbance A du bleu brillant en fonction de la longueur d'onde λ.

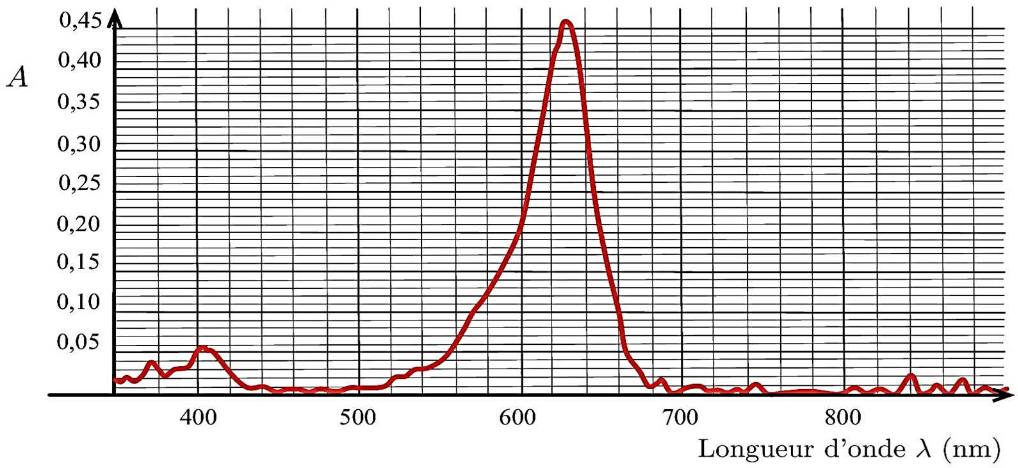


Figure 1 - Absorbance A du bleu brillant en fonction de la longueur d'onde λ exprimée en nm.

Document n°2 – Préparation de la gamme de la solution étalon de bleu brillant

Une gamme étalon est réalisée : à partir d'une solution mère de bleu brillant commercial de concentration molaire volumique connue $c_0 = 4{,}72 \times 10^{-6}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$, des solutions filles sont préparées en utilisant une verrerie adaptée. On obtient alors une série de solutions de bleu brillant de concentrations c connues. L'absorbance A de chaque solution est mesurée dans une cuve en plastique de 1 cm d'épaisseur à une longueur d'onde λ adaptée. Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau suivant :

A	0	0,234	0,347	0,456	0,582
c (10^{-6} mol.L^{-1})	0	1,89	2,83	3,78	4,72

Document n°3 – Absorbance d'une solution

Lorsqu'une solution est traversée par un rayonnement polychromatique, elle peut atténuer l'intensité des radiations à certaines longueurs d'onde : on dit qu'elle absorbe ces radiations.

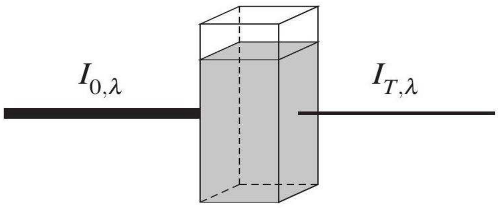


Figure 2 - Représentation d'une cuve traversée par un faisceau incident d'intensité $I_{0,\lambda}$.
Un faisceau transmis $I_{T,\lambda}$ en émerge. La longueur de la cuve ℓ traversée est de 1 cm.

Suivi spectrophotométrique de la réaction

Un faisceau de lumière monochromatique (de longueur d'onde λ) d'intensité incidente $I_{0,\lambda}$ traverse une longueur ℓ de solution limpide (phénomène de diffusion négligeable) placée dans une cuve (figure 2). Une partie de la radiation est absorbée par la solution, l'autre est transmise et son intensité est notée $I_{T,\lambda}$.

Q10. Quelle longueur d'onde de travail λ faut-il choisir pour réaliser les mesures d'absorbance lors de la réalisation de la gamme de solutions étalons ? Quel lien existe-t-il entre cette longueur d'onde et la couleur d'une solution de bleu brillant ?

Q11. Détailler le protocole expérimental à mettre en place pour préparer, à partir de la solution mère de bleu brillant, un volume $V = 20{,}0\ \mathrm{mL}$ d'une solution de bleu brillant de concentration molaire volumique $c = 2{,}36 \times 10^{-6}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$.

Q12. Rappeler la loi de Beer-Lambert en précisant les différents termes et leurs unités respectives. Comment pourrait-on vérifier que cette loi est bien satisfaite ici ?

Q13. Avant de réaliser des mesures d'absorbance, il est nécessaire de réaliser le blanc. Expliquer la nécessité d'une telle opération.

Q14. En quoi la spectrophotométrie est une technique de choix pour le suivi de cette réaction ?

Étude cinétique

À l'instant $t = 0\ \mathrm{min}$, on place dans un bécher de 50 mL un volume $V_1 = 24{,}0\ \mathrm{mL}$ d'une solution aqueuse de bleu brillant de concentration molaire volumique $c_1 = 4{,}54 \times 10^{-6}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$ et un volume $V_2 = 1{,}00\ \mathrm{mL}$ d'une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium $\left(\mathrm{ClO^-}_{\text{(aq)}} + \mathrm{Na^+}_{\text{(aq)}}\right)$ de concentration molaire volumique $c_2 = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$.

Q15. Montrer que les conditions initiales utilisées vont permettre de déterminer la valeur de l'ordre partiel par rapport au bleu brillant (E133). Dans quelle situation cinétique se trouve-t-on ?

Q16. Montrer alors que la vitesse de réaction v peut se mettre sous une forme simplifiée. On notera k_{app} la constante apparente de vitesse.

Étude expérimentale

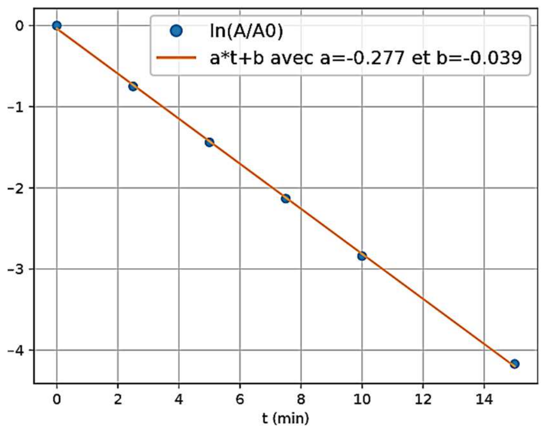
Les résultats de l'étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

t (min)	0	2,5	5	7,5	10	15
A	0,582	0,275	0,138	0,069	0,034	0,009

Q17. Montrer que si la réaction est d'ordre 1 par rapport au bleu brillant (E133), l'équation ci-dessous est vérifiée :

$$\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -k_{app} \times t$$

où A et A_0 représentent respectivement les valeurs de l'absorbance à l'instant t et à l'instant initial $t = 0$ min. k_{app} est la constante apparente de vitesse de la réaction.



Q18. À l'aide du graphique ci-contre, conclure sur l'ordre par rapport au E133. En déduire la valeur de k_{app} à 298 K.

Q19. Établir l'expression du temps de demi-réaction en fonction de k_{app}. Donner un ordre de grandeur de sa valeur (on indique que $\ln(2) \approx 0{,}7$).

Afin de déterminer l'ordre partiel β, supposé non nul, par rapport aux ions hypochlorite ClO^-, on réalise le même protocole expérimental que précédemment en utilisant toutefois une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium $\left(ClO^-_{(aq)} + Na^+_{(aq)}\right)$ de concentration molaire volumique $c_3 = \frac{c_2}{2} = 5{,}00 \times 10^{-3}\ \text{mol.L}^{-1}$. Les résultats de l'étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

t (min)	2,5	5	7,5	10	12,5	15
A	0,389	0,275	0,195	0,138	0,097	0,069

Ceci permet de faire les mêmes hypothèses que précédemment, de valider à nouveau un ordre 1 en [E133].
La même exploitation que pour la première expérience mène à k_{app} = 0,139 min^{-1}.

Q20. Montrer alors que ces nouvelles conditions initiales s'avèrent suffisantes pour déterminer la valeur de l'ordre partiel β par rapport aux ions hypochlorite.

Q21. En déduire la valeur de la constante de vitesse k de la réaction de décomposition du bleu brillant en présence d'ions hypochlorite.

La température comme facteur cinétique

On s'intéresse enfin à la dépendance de k en la température. On rappelle l'expression de la loi d'Arrhenius :

$$k(T) = A.\exp\left(-\frac{E_a}{R.T}\right)$$

avec A et E_a indépendants de la température et R la constante des gaz parfaits.

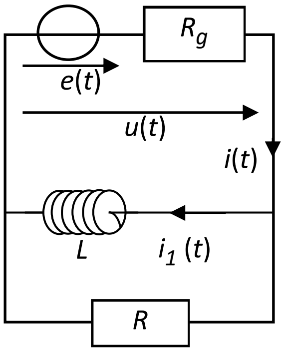
Q22. Supposons pour l'exemple que la constante de vitesse k de la réaction précédente double lorsque la température passe de T_1 = 298K à T_2 = 318 K. En déduire l'expression de l'énergie d'activation E_a de cette réaction en fonction de T_1, de T_2 et de R. On ne fera pas l'application numérique.

Q23. Citer deux exemples de facteurs cinétiques autres que la température.

Exercice 2 : Électrocinétique : circuits et mesures

(d'après ENSTIM (petites Mines) 2008)

1. Modélisation linéaire d'un circuit



Le circuit ci-contre est alimenté par un générateur dit « de Thévenin », dipôle actif linéaire de résistance interne R_g et de force électromotrice $e(t)$.

Q1. Dans ce circuit, l'intensité $i(t)$ fournie par le générateur se divise entre une inductance pure L (qui représente une bobine de résistance négligeable) et un résistor (résistance R) ; en respectant les notations du schéma, donner trois expressions (une par branche) de $u(t)$ en régime quelconque, en fonction de $i(t)$, $i_1(t)$ et des données.

Q2. La tension $e(-\infty < t < 0)$ est égale à une valeur constante notée E ; déterminer rapidement la tension $u(t = 0^-)$ ainsi que les intensités $i(t = 0^-)$ et $i_1(t = 0^-)$.

A $t = 0$, on « éteint » le générateur, qui devient équivalent à sa seule résistance interne (ce qui signifie qu'on a $e(t > 0) = 0$) ;

Q3. Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution ultérieure de $u(t)$, et faire apparaître la constante de temps τ du circuit.

Q4. En utilisant une propriété remarquable d'une grandeur/propriété à préciser, déterminer $u(t = 0^+)$.

Q5. Déterminer complètement $u(t > 0)$ puis donner l'allure de la représentation graphique de u pour $t \in [-6\tau, 6\tau]$.

2. Générateur et oscilloscope

On s'intéresse à quelques caractéristiques de ces deux appareils essentiels.

On dispose d'un voltmètre de très grande résistance interne (considérée infinie), d'un générateur de tension (GBF) et de boîtes de résistances réglables. La force électromotrice du générateur étant fixée (en continu), on effectue entre ses bornes les deux mesures suivantes :

- mesure (1) : on mesure une tension U = 6 V pour une résistance de charge infinie ;
- mesure (2) : on mesure une tension de 3 V pour une charge égale à 50 Ω.

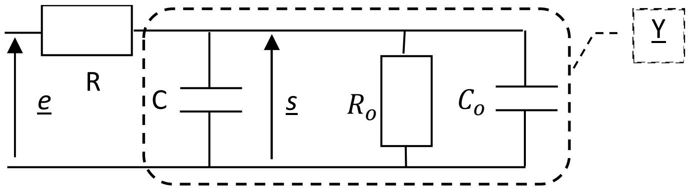
Q6. Déduire de ces mesures la résistance interne R_g et la force électromotrice E du générateur étudié.

Q7. On alimente désormais par ce générateur une charge constituée d'une association $R - C$ série, en régime sinusoïdal de pulsation ω réglable. Quelle sera, en module, l'impédance de charge minimale du générateur ? A quelle condition (qualitative) pourra-t-on considérer le générateur comme idéal ?

On supposera que le générateur de tension est idéal dans la suite, avec R = 5,0 kΩ et C = 20 nF.

Q8. En l'absence d'oscilloscope branché sur le circuit, déterminer la fonction de transfert complexe en tension $\underline{H}$ si la grandeur de sortie est la tension aux bornes du condensateur ; quel est le filtrage ainsi réalisé ? Comment définit-on la pulsation de coupure ω_c d'un filtre de cette nature et comment s'exprime-t-elle ici ? Application numérique : calculer la fréquence de coupure du filtre.

On utilise un oscilloscope dont les caractéristiques d'entrée sont indiquées : « 1 MΩ, 25 pF » ; dans la suite, on désigne par R_o et C_o la résistance et la capacité correspondantes. Cet appareil, branché sur le filtre précédent, correspond ainsi au circuit suivant :



Q9. Déterminer simplement le gain en tension à basse fréquence, noté H_0.

Q10. Exprimer l'admittance complexe $\underline{Y}$. Quelle est la limite à basse fréquence du déphasage de la tension $\underline{s}$ par rapport à l'intensité $\underline{i}$ parcourant le dipôle équivalent d'admittance $\underline{Y}$?

Q11. Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\underline{H'} = \underline{s}\,/\underline{e}$ sous la forme

$$\underline{H'} = \frac{H_0}{1 + j\,\dfrac{\omega}{\omega'_c}}$$

(on pourra s'aider du calcul de $\underline{Y}$).

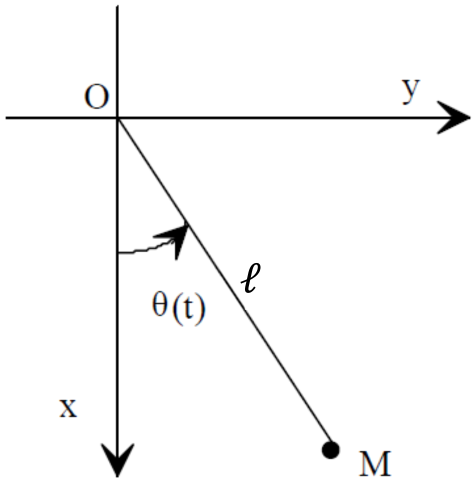
Q12. Comparer H_0 et la nouvelle fréquence de coupure aux valeurs précédentes (question Q8), et conclure quant à l'utilisation de l'oscilloscope pour étudier le filtre RC.

Q13. Donner le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert $\underline{H'}$ puis dessiner l'allure du diagramme de Bode réel.

Exercice 3 : Le Pendule Simple

(d'après ENSTIM (petites Mines) 1996)

Un pendule simple non amorti :



On considère un point matériel M de masse m accroché à un point fixe O par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur ℓ et de masse nulle. L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g} = g.\overrightarrow{u_x}$ (avec g = 9,81 m.s^{-2}), $\overrightarrow{u_x}$ étant un vecteur unitaire de l'axe Ox. On note, l'angle orienté : $\theta = \left(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{OM}\right)$.

On néglige les frottements.

On lâche la masse d'un angle θ_0 sans vitesse initiale.

Etude dans le cas de petites oscillations : sin(θ) ≈ θ :

Q1. Etablir l'équation différentielle du second ordre, vérifiée par θ.

Q2. En supposant que les élongations angulaires sont faibles, montrer que l'équation du mouvement est approchée par celle d'un oscillateur harmonique de pulsation ω_0 dont on donnera l'expression en fonction de ℓ et g. On rappelle que pour les faibles élongations angulaires, $\sin(\theta) \approx \theta$.

Q3. En déduire $\theta(t)$.

Q4. Proposer une méthode pour déterminer expérimentalement les valeurs de la période T du pendule.

Oscillateur amorti :

Lorsque l'on enregistre expérimentalement $\theta(t)$, on constate que l'amplitude de θ diminue lentement. On interprète ce résultat par la présence de frottements que l'on modélise par une force $\vec{f} = -\alpha.\vec{v}$, $\vec{v}$ désigne la vitesse du point M et α, une constante positive.

Q5. Etablir l'équation différentielle du second ordre vérifiée par θ.

En se limitant aux petits angles, écrire l'équation sous la forme :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}.\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2.\theta = 0$$

Donner l'expression de Q et son interprétation physique.

Q6. A quelle condition obtient-on un régime pseudo-périodique ?

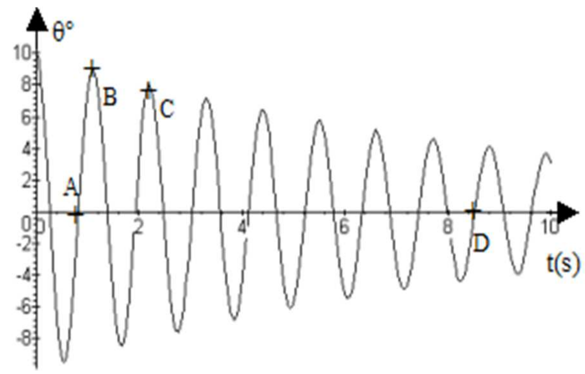
Q7. Dans le cadre d'un régime pseudo-périodique, établir l'expression de la pseudo-pulsation Ω et de la pseudo-période T.

On appelle décrément logarithmique, δ la quantité $\ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+T)}\right)$ où T est la pseudo-période et t le temps.

Q8. Donner l'expression du décrément logarithmique δ en fonction de Q.

La figure ci-dessous représente les variations de θ avec le temps.

On précise les coordonnées de 4 points particuliers :



Points	A	B	C	D
t (s)	0,53	1,1	2,2	8,25
θ(°)	0	8,81	8,02	0

Q9. Calculer numériquement à partir des valeurs expérimentales :
a) la pseudo-période T ;
b) l'ordre de grandeur du facteur de mérite Q.
Indication : $\ln(1{,}1) \approx 0{,}1$.

Les exercices 4 et 5 sont des QCM du concours ENAC. Lors de ce concours, aucune justification n'est demandée. Ici, ***il vous est demandé de justifier vos réponses***, soit en réalisant une démonstration, soit en donnant un argument physique pertinent (exemple : homogénéité des formules).

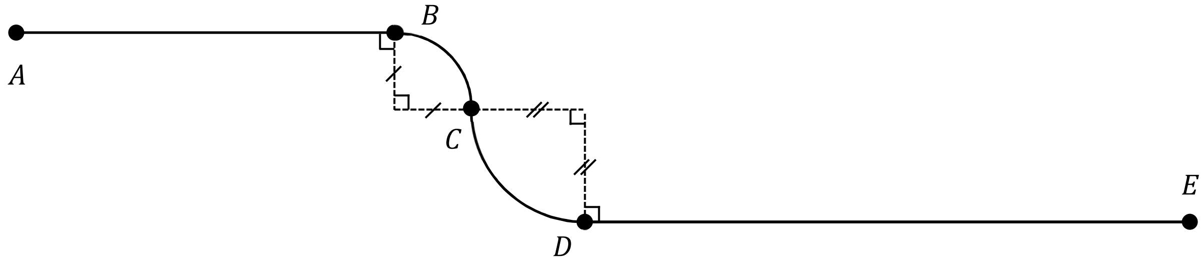
Exercice 4 : Cinématique

(d'après ENAC (Elève Pilote de Ligne) 2022)

On étudie un mobile M_a, assimilé à un point matériel (ou corpuscule), en mouvement uniforme dans le référentiel du laboratoire à la vitesse de $25\ \mathrm{cm.s^{-1}}$, sur une piste qui comporte quatre portions :

- un segment rectiligne AB de longueur $1\ \mathrm{m}$;
- un quart de cercle BC de longueur $50\ \mathrm{cm}$;
- un quart de cercle CD de longueur $75\ \mathrm{cm}$;
- un segment rectiligne DE de longueur $2\ \mathrm{m}$.

La piste est parcourue par M_a de A vers E (Fig. ci-après).



Q1. Quelle durée τ met M_a pour parcourir la totalité de la piste (de A à E) ?

A) $\tau = 0{,}17\ \mathrm{s}$ B) $\tau = 1{,}6\ \mathrm{s}$ C) $\tau = 17\ \mathrm{s}$ D) $\tau = 160\ \mathrm{s}$

Q2. On note a_1 la norme de l'accélération de M_a sur la portion BC. Que vaut a_1 ?

A) $a_1 = 0\ \mathrm{m.s^{-2}}$ B) $a_1 = 0{,}2\ \mathrm{m.s^{-2}}$ C) $a_1 = 1{,}3\ \mathrm{m.s^{-2}}$ D) $a_1 = 13\ \mathrm{m.s^{-2}}$

Q3. On note a_2 la norme de l'accélération de M_a sur la portion CD. Quelle relation existe-t-il entre a_1 et a_2 ?

A) $a_2 = 0\ \mathrm{m.s^{-2}}$ B) $a_2 = a_1$ C) $a_2 = \frac{2}{3}a_1$ D) $a_2 = \frac{3}{2}a_1$

Q4. Lorsque M_a atteint le point D, à un instant pris comme origine temporelle, un second mobile M_b (également assimilé à un point matériel) quitte E en direction de D. Son mouvement est uniforme dans le référentiel du laboratoire à la vitesse de $50\ \mathrm{cm.s^{-1}}$. À quelle date t_r les deux mobiles se rencontrent-ils ?

A) $t_r \approx 0{,}4\ \mathrm{s}$ B) $t_r \approx 2{,}7\ \mathrm{s}$ C) $t_r \approx 4\ \mathrm{s}$ D) $t_r \approx 8\ \mathrm{s}$

Q5. Quelle est alors la distance d_a parcourue par M_a sur la piste DE ?

A) $d_a \approx 40\ \mathrm{cm}$ B) $d_a \approx 67\ \mathrm{cm}$ C) $d_a \approx 1\ \mathrm{m}$ D) $d_a \approx 1{,}5\ \mathrm{m}$

Q6. Quelle était, $1/5\ \mathrm{s}$ avant la rencontre, la distance d séparant M_a et M_b ?

A) $d \approx 5\ \mathrm{cm}$ B) $d \approx 10\ \mathrm{cm}$ C) $d \approx 15\ \mathrm{cm}$ D) $d \approx 50\ \mathrm{cm}$

Exercice 5 : Chute d'une goutte d'eau

(d'après ENAC (Elève Pilote de Ligne) 2019)

Une gouttelette d'eau sphérique, de masse m et de diamètre D, tombe dans l'air en étant soumise à trois forces de direction verticale : son poids, la poussée d'Archimède $\overrightarrow{F_A}$ et une force de frottement visqueux due à l'air $\overrightarrow{F_f} = -\alpha.\vec{v}$, où $\vec{v}$ est le vecteur vitesse de la gouttelette, dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ supposé galiléen, et $\alpha = 3\pi\eta D$, η étant un paramètre caractéristique de l'air appelé viscosité. On précise qu'il n'est pas nécessaire de connaître cette grandeur pour résoudre le problème posé.

On note g le vecteur champ de pesanteur terrestre supposé uniforme.

On donne la masse volumique de l'eau liquide, $\rho_e \approx 1000$ kg.m^{-3}, et celle de l'air, $\rho_a \approx 1$ kg.m^{-3}.

Q1. À l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité SI (Système International) de η.

A) kg.m.s B) kg.m^{-1}.s C) kg.m.s^{-1} D) kg.m^{-1}.s^{-1}

Q2. On néglige la poussée d'Archimède devant les deux autres forces. Quelle est, sous forme vectorielle, l'équation différentielle du premier ordre qui décrit le mouvement de la gouttelette dans $\mathcal{R}$? Dans les expressions ci-dessous, t est le temps.

A) $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \vec{g}$ où $\tau = \frac{\alpha}{m}$ B) $\frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{\vec{v}}{\tau} = \vec{g}$ où $\tau = \frac{m}{\alpha}$

C) $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \vec{g}$ où $\tau = \frac{m}{\alpha}$ D) $\frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{\vec{v}}{\tau} = \vec{g}$ où $\tau = \frac{\alpha}{m}$

Q3. La poussée d'Archimède étant toujours négligée, quelle est, dans R, l'expression de v(t) sachant que la vitesse initiale de la gouttelette est nulle ?

A) $\vec{v}(t) = \vec{g}.\tau$ B) $\vec{v}(t) = \vec{g}.\tau.\left[1 + \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$

C) $\vec{v}(t) = \vec{g}.\tau.\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$ D) $\vec{v}(t) = \vec{g}.\tau.\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

Q4. On s'intéresse maintenant au vecteur position de la gouttelette. La poussée d'Archimède étant toujours négligée, déterminer $\vec{r}(t)$ sachant que la position initiale de la gouttelette est nulle.

A) $\vec{r}(t) = \vec{g}\tau t - \tau^2\vec{g}\left[1 + \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$ B) $\vec{r}(t) = \vec{g}\tau t + \tau^2\vec{g}\left[1 + \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$

C) $\vec{r}(t) = \vec{g}\tau t - \tau^2\vec{g}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$ D) $\vec{r}(t) = \vec{g}\tau t$

Q5. Exprimer, en fonction de D, η, ρ_e et g, la vitesse limite v_l de la gouttelette, puis calculer sa valeur approximative. On donne D = 10 µm, $\eta \approx 2 \times 10^{-5}$ SI (SI = Système International des unités) et $g \approx 10$ m.s^{-2} (g est la norme de $\vec{g}$).

A) $v_l = \frac{\rho_e g D^2}{18\eta}$ et $v_l \approx$ 2,8 mm.s^{-1} B) $v_l = \frac{18\eta}{\rho_e g D^2}$ et $v_l \approx$ 28 mm.s^{-1}

C) $v_l = \frac{\rho_e g D^2}{18\eta}$ et $v_l \approx$ 0,28 m.s^{-1} D) $v_l = \frac{\rho_e g D}{18\eta}$ et $v_l \approx$ 2,8 cm.s^{-1}

Q6. On s'intéresse désormais à l'influence de la poussée d'Archimède sur la valeur de v_l. Quel est l'écart relatif $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}}$, en pourcentage, entre la vitesse limite $v_{l,A}$ obtenue en tenant compte de la poussée d'Archimède et la vitesse v_l obtenue précédemment ?

A) $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}} = \frac{\rho_e}{\rho_e - \rho_a} \approx 10\ \%$ B) $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}} = \frac{\rho_a}{\rho_e - \rho_a} \approx 0{,}1\ \%$

C) $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}} = 1 - \frac{\rho_e}{\rho_a} \approx 90\ \%$ D) $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}} = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_e} \approx 99{,}9\ \%$