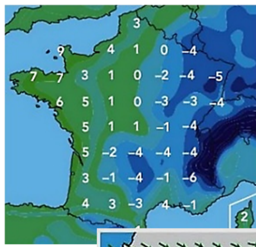
Mouvement de particules chargées dans un champ électrostatique $\vec{E}$ et dans un champ magnétostatique $\vec{B}$

Plan du cours

1. Champ électromagnétique

1.1. Notion de champ



Définition : Champ scalaire et champ vectoriel

Un ***champ scalaire*** est une fonction de plusieurs variables qui associe un seul nombre à chaque point de l'espace.

Exemples : *température, pression, potentiel électrique, …*

Un ***champ vectoriel*** est une fonction de plusieurs variables qui associe un vecteur à chaque point de l'espace.

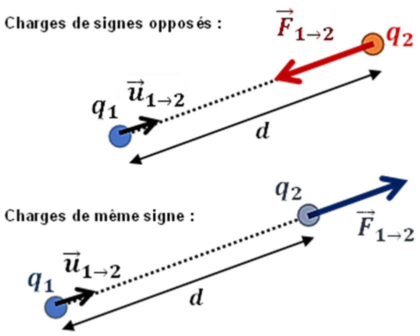
Exemples : *vitesse d'un fluide en mouvement, champ gravitationnel, champ magnétique, …*

Définition : Caractéristiques des champs étudiés dans ce chapitre

Dans ce chapitre les champs sont des champs vectoriels ***permanents*** et ***uniformes***.

- Champ ***permanent*** : il ne dépend pas du temps.
- Champ ***uniforme*** : ses propriétés sont les mêmes dans tout l'espace (norme, direction et sens !).

1.2. Champ électrique



Loi : Loi de Coulomb

Une particule chargée de charge q_1 exerce sur une autre particule chargée de charge q_2 une force :

$$\boxed{\vec{F}_{1\to2} = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}.\frac{q_1.q_2}{d^2}.\vec{u}_{1\to2}}$$

$\boldsymbol{q_1}$: charge de la particule 1 en coulomb (C) ;
$\boldsymbol{q_2}$: charge de la particule 2 en coulomb (C) ;
$\boldsymbol{d}$: distance entre les 2 charges (m).
$\boldsymbol{1/4\pi\varepsilon_0}$: constante de Coulomb ($\approx 9.\ 10^9$ N.m².C⁻²)
$\vec{\boldsymbol{u}}_{1\to2}$ est un vecteur unitaire ($|\vec{u}_{1\to2}| = 1$).

Remarques :
- Cette loi expérimentale énoncée par Charles de Coulomb vers 1785 est la base de toute l'électrostatique.
- La constante ε_0 est appelée la ***permittivité électrique*** du vide.
- Elle est très analogue à la loi de la force gravitationnelle proposée par Isaac Newton un siècle plus tôt. La force d'attraction gravitationnelle entre 2 particules chargées est cependant négligeable devant la force de Coulomb. Par exemple pour 2 électrons : $\frac{\|\vec{F}_{grav}\|}{\|\vec{F}_{Coulomb}\|} \approx 10^{-42} \ll 1$.

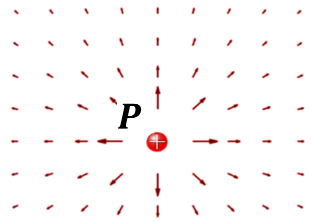
Définition : Champ électrostatique créé par une particule chargée

On définit le ***champ électrostatique*** $\overrightarrow{E_1}(M)$ afin de distinguer ce qui dépend uniquement de la particule qui subit la force (ici, c'est sa charge q_2), de ce qui ne dépend que d'une source extérieure :

$$\vec{F}_{1\to 2} = q_2.\overrightarrow{E_1}(M)$$

Le champ $\vec{E}_1$ est un ***champ vectoriel*** qui nous renseigne sur l'effet que produit en tout point M de l'espace la particule de charge $\boldsymbol{q_1}$. Le champ électrostatique permet ainsi de visualiser la direction et la force qui s'exercerait sur une particule de charge positive en un point donné.

L'unité usuelle du champ électrostatique est le volt par mètre (V.m^{-1}).



Champ électrostatique créé par une charge positive

Définition : Champ électrostatique créé par un ensemble de particules chargées

Le champ électrostatique d'un ensemble de particules chargées s'obtient en ajoutant vectoriellement la contribution de chacune des particules (principe de superposition) :

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i(M)$$

La force électrostatique qui s'exerce alors sur une particule de charge q placée au point M vaut :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{el}} = q.\vec{E}(M)}$$

Remarque : cette force ne dépendant que de la position M, elle est donc ***conservative*** !

1.3. Champ magnétique

Un champ magnétique $\vec{B}$ est mis en évidence grâce à une aiguille aimantée : à la surface de la Terre en l'absence d'autre source de champ magnétique, l'aiguille s'aligne sur le champ magnétique terrestre. Si on approche un aimant de l'aiguille, celle-ci change de direction.

Définition : Champ magnétique permanent (magnétostatique)

Le champ magnétique est un champ vectoriel : en tout point M de l'espace il existe un vecteur $\vec{B}(M)$ décrivant localement le champ magnétique.

- Le sens et la direction du vecteur indique comment la boussole se positionne.
- La norme du vecteur renseigne sur l'intensité du champ magnétique au point M considéré. Elle s'exprime en tesla (T).

Sources : Un champ magnétique peut avoir diverses origines : un ***aimant***, la ***Terre***, un ***courant électrique*** (expérience de Ørsted en 1820).

Rmq : En réalité, toutes ces sources sont liées au même phénomène : des ***particules chargées en mouvement***.

Ordre de grandeur de quelques champ magnétique à avoir en tête

Exemple de source	Ordre de grandeur de $\|\vec{B}\|$
Champ magnétique terrestre	≈ 50 µT
Un magnet sur le frigo	1mT
Un "bon" aimant permanent	1 T
Un appareil d'IRM	5 T
L'aimant "permanent" le plus puissant	20 T

➔ *Moralité : un champ de 1 tesla est un champ important.*

Définition : Force due au champ magnétique sur une particule chargée

La « force magnétique » qui s'exerce en présence d'un champ $\vec{B}$ sur une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ vaut :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{mag}} = q.\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right)}$$

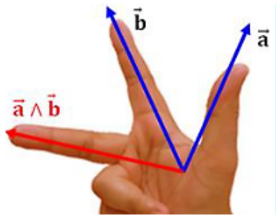
Cette relation sert souvent de définition au champ magnétique $\vec{B}$.

Point maths : Produit vectoriel

Le produit vectoriel de 2 vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$, noté $\vec{a} \wedge \vec{b}$, correspond à un vecteur perpendiculaire à chacun des deux vecteurs utilisés et dont la norme permet d'évaluer le niveau d'orthogonalité entre ces vecteurs.

$$\begin{cases} \|\vec{a} \wedge \vec{b}\| = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\|.\sin(\alpha) \\ \vec{a} \wedge \vec{b} \perp \vec{b} \text{ et } \vec{a} \wedge \vec{b} \perp \vec{a} \\ \text{le triplet } (\vec{a};\ \vec{b};\ \vec{a} \wedge \vec{b}) \text{ a une orientation directe} \end{cases}$$

➔ ***Règle de la main droite*** : Si le premier vecteur, $\vec{a}$, est porté par le pouce et le second vecteur, $\vec{b}$, est porté par l'index alors la direction du produit vectoriel $\vec{a} \wedge \vec{b}$ est donnée par le majeur.



En coordonnées cartésiennes : $\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{bmatrix}$

1.4. Effets cumulés : force de Lorentz

Définition : Force de Lorentz

En présence d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$, une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ subit une force qui vaut :

$$\boxed{\vec{F_L} = q.(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})}$$

Cette force est nommée ***force de Lorentz***.

Méthodologie : Comparaison avec le poids de la particule

Etudions l'exemple d'un électron ($m = 9{,}1.10^{-31}$ kg et $q = -e = -1{,}6.10^{-19}$ C) qui se déplace très très lentement ($v = 1$ m.s^{-1}) à la surface de la Terre ($g = 9{,}81$ m.s^{-2}) :

- Dans un champ électrique faible, $\|\vec{E}\| = 1$ V.m^{-1} : $\frac{\|\vec{P}\|}{\|q.\vec{E}\|} \approx \frac{10^{-29}}{10^{-19}} \approx 10^{-10} \ll 1$
- Dans un champ magnétique faible (champ $\vec{B}$ terrestre), $\|\vec{B}\| = 50$ µT : $\frac{\|\vec{P}\|}{\|q.\vec{v} \wedge \vec{B}\|} \approx \frac{10^{-29}}{10^{-24}} \approx 10^{-5} \ll 1$

➔ ***En pratique, on négligera presque toujours le poids dans les exercices.***

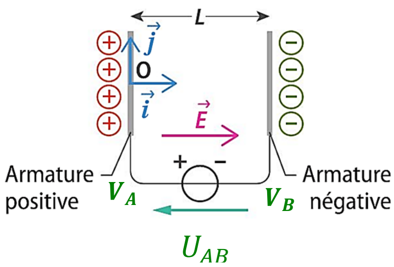
2. Mouvement dans un champ électrostatique uniforme

2.1. Créer un champ électrostatique uniforme et permanent

Propriété : Champ électrique dans un condensateur

Entre les deux armatures d'un ***condensateur,*** il existe un champ électrique $\vec{E}$ uniforme (si on néglige les effets de bord) perpendiculaire aux armatures, orienté vers le potentiel le plus bas (armature chargée négativement) et dont la norme vaut :

$$\|\vec{E}\| = \frac{U_{AB}}{L} = \frac{V_A - V_B}{L}$$



2.2. Approche énergétique

Définition : Energie potentielle associée à la force de Lorentz (composante électrique)

La partie électrique de la force de Lorentz, $\vec{F_L} = q.\vec{E}$, est une ***force conservative*** à laquelle on associe une ***énergie potentielle électrique***

$$\boxed{E_{p,élec} = q.V(M)}$$

où $V(M)$ est le potentiel électrique en M. On a alors

$$W_{AB}(\vec{F_L}) = -\Delta E_{p,élec} = -q.(\text{V(A)} - \text{V(B)}) = -q.U_{AB}$$

Rmq : L'électron-Volt (eV) est une unité d'énergie qui correspond à l'énergie reçue par un électron allant de A à B avec $U_{AB} = 1\,V$. On a donc 1eV = 1,6.10^{-19} J. C'est une unité adaptée aux énergies de particules élémentaires.

Méthodologie : Application du théorème de l'énergie mécanique

En négligeant le poids et en appliquant le théorème de l'énergie mécanique pour une particule chargée se déplaçant de A à B, $\Delta E_m = \Delta\left(E_c + E_{p,élec}\right) = 0$ (mouvement conservatif), on obtient :

$$E_c(B) + E_{p,élec}(B) = E_c(A) + E_{p,élec}(A)$$
$$\frac{1}{2}.m.v^2(B) + q.V(B) = \frac{1}{2}.m.v^2(A) + q.V(A)$$
$$\boxed{v^2(B) = v^2(A) + \frac{2q}{m}.U_{AB}}$$

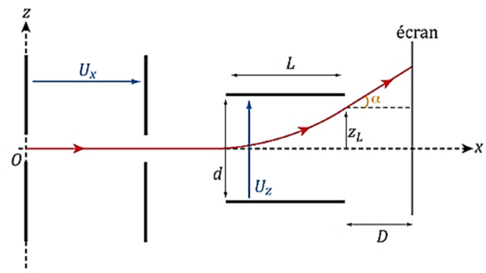
Le champ électrique fait varier l'énergie cinétique de la particule chargée.
- Si $U_{AB} > 0$ et $q > 0$ (cas d'un proton), alors $v(B) > v(A)$: **accélération.**
- Si $U_{AB} > 0$ et $q < 0$ (cas d'un électron), alors $v(B) < v(A)$: **décélération.**
- Si $U_{AB} < 0$ et $q > 0$ (cas d'un proton), alors $v(B) < v(A)$: **décélération.**
- Si $U_{AB} < 0$ et $q < 0$ (cas d'un électron), alors $v(B) > v(A)$: **accélération.**

2.3. Détermination de l'accélération

Méthodologie : Application du principe fondamentale de la dynamique

- Une particule de masse $\boldsymbol{m}$ et de charge $\boldsymbol{q}$ entre avec une vitesse initiale $\overrightarrow{\boldsymbol{v_0}}$ dans un champ électrostatique $\vec{\boldsymbol{E}}$ uniforme, dans le vide.
- Le référentiel est celui du laboratoire, considéré comme galiléen.
- On néglige le poids de la particule ainsi que les frottements. La particule n'est donc soumise qu'à la force électrique : $\overrightarrow{F_L} = q.\vec{E}$.
- D'après le principe fondamental de la dynamique, l'accélération de la particule est constante et vaut :

$$\boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}.\vec{E}}$$



Rmq : Forme similaire à la chute libre !

Deux cas à savoir traiter :

- Si $\overrightarrow{\boldsymbol{v_0}}$ et $\vec{\boldsymbol{E}}$ sont colinéaires, le mouvement est rectiligne uniformément accéléré : ***accélération linéaire***.
- Si $\overrightarrow{\boldsymbol{v_0}}$ et $\vec{\boldsymbol{E}}$ ne sont pas colinéaires, la trajectoire est parabolique : ***déflexion électrostatique***.

3. Mouvement dans un champ magnétostatique uniforme

3.1. Approche énergétique

Définition : Travail de la composante magnétique de la force de Lorentz

La partie magnétique $\overrightarrow{F_{mag}}$ de la force de Lorentz ne travaille pas :

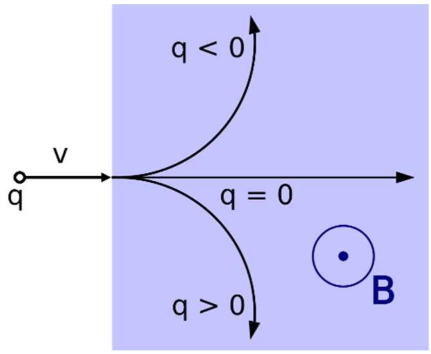
$$\delta W\left(\overrightarrow{F_{mag}}\right) = q.\underbrace{\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right)}_{\perp \overrightarrow{dl}}.\overrightarrow{dl} = 0$$

Cette force ne permet pas de modifier l'énergie cinétique de la particule. La norme de la vitesse reste donc constante.
Il est possible en revanche dévier la particule.

3.2. Trajectoires

Une particule chargée, de charge q, de masse m et de vitesse v, évolue dans un champ magnétique $\vec{B}$ permanent et uniforme perpendiculaire à la vitesse $\vec{v}$ de la particule.

Le mouvement de la particule chargée est ***circulaire et uniforme***. Le sens de rotation dépend du signe de la charge de la particule.



Par Jaro.P. *(https://commons.wikimedia.org/)*

Définition : Sens de rotation

- Si la charge de la particule est positive, $q > 0$, la particule tourne dans le ***sens horaire*** autour du champ magnétique pointant vers nous.
- Si la charge de la particule est négative, $q < 0$, la particule tourne dans le ***sens trigonométrique*** autour du champ magnétique pointant vers nous.

Définition : Pulsation cyclotron

Dans les deux cas, la pulsation associée au mouvement (vitesse angulaire de la particule) vaut :

$$\boxed{\omega_c = \frac{|q|.B}{m}}$$

On l'appelle la ***pulsation cyclotron***.

Le rayon de la trajectoire s'appelle le **rayon cyclotron** et vaut :

$$\boxed{R_c = \frac{m.v}{|q|.B}}$$

Applications : cyclotron, spectrographe de masse, … (voir TD).

AU PROGRAMME

Notions et contenus	Capacités exigibles	Dans les exercices
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	▪ Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.	
Puissance de la force de Lorentz.	▪ Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.	
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	▪ Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant. ▪ Effectuer un bilan énergétique pour déterminer la valeur de la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.	
Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétostatique.	▪ Déterminer le rayon de la trajectoire et le sens de parcours.	