

MPSI – CSI

Devoir de Physique-Chimie n°5

Durée : 4 heures

Calculatrice autorisée

Ce sujet comporte 5 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité.

L'énoncé est constitué de 9 pages.

Consignes générales

- Lire la totalité de l'énoncé et commencer par les exercices les plus abordables.
- Un résultat d'une question précédente peut être admis pour poursuivre l'exercice.

Présentation de la copie :

- **Encadrer** les expressions littérales et souligner les résultats numériques.
- **Numéroter les pages** sous la forme x/nombre total de pages.

Rédaction :

- Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
- **Justifier toutes vos réponses.**
- Les **relations** doivent être **homogènes**.
- Applications numériques : nombre de chiffres significatifs adapté et avec **une unité**. Les résultats sans la bonne unité ne seront pas pris en compte.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : Micro de guitare électrique

Une guitare électrique se distingue d'une guitare classique par l'absence de caisse de résonance. Comme la vibration des cordes métalliques est très inefficacement transformée en onde acoustique, celle-ci est directement convertie en un signal électrique grâce à un transducteur électromagnétique : le micro. Apparus au début du XXe siècle, les micros de guitares électriques ont la particularité de restituer la vibration des cordes sans entendre le son que ces dernières produisent.

D'un point de vue électrique, le micro se modélise de la façon représentée à la figure 1.

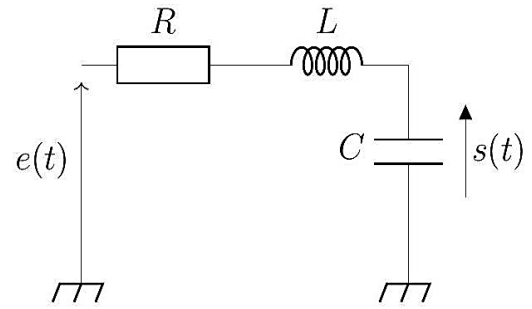


Figure 1 - Modélisation électrique

$e(t)$ est la force électromotrice induite par le mouvement de la corde. L désigne l'inductance propre du bobinage et R sa résistance. De plus, le grand nombre de spires présentes dans le bobinage provoque un effet capacitif représenté par le condensateur C .

- Q1.** Sans calculs, déterminer le type de filtrage réalisé par le micro.
- Q2.** Établir l'expression de la fonction de transfert du micro en régime sinusoïdal forcé $\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e}$.
- Q3.** Écrire la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

et exprimer les paramètres H_0 , ω_0 et Q en fonction de R , L et C .

- Q4.** Montrer que, si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$, il y a résonance à une pulsation ω_r à déterminer.
- Q5.** Tracer l'allure du diagramme de Bode asymptotique en gain (Le tracé devra être justifié précisément par la détermination des équations des asymptotes.) puis réel dans le cas $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Q6.** Expliquer comment tracer expérimentalement un diagramme de Bode.
- Q7.** Un potentiomètre de résistance r est traditionnellement ajouté en parallèle de la capacité C . Donner l'expression littérale du nouveau gain statique du circuit en présence de ce potentiomètre. Ce dernier est accessible pour le guitariste. Quelle est son utilité ?

On souhaite mesurer les paramètres R , L et C de deux micros différents : le micro Fender Lace Sensor et le micro De Armond Dynasonic. En l'absence de vibration de la corde ($e(t) = 0$), le micro est modélisé par le dipôle, d'impédance \underline{Z} , représenté à la figure ci-contre :

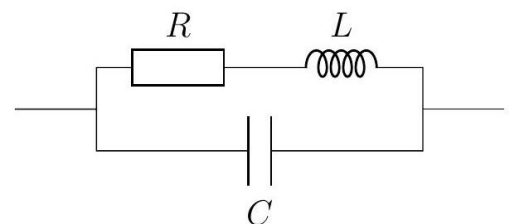


Figure 2 – En absence de vibration

- Q8.** Exprimer \underline{Z} , l'impédance du micro orienté en convention récepteur, en fonction de R , L , C et ω .

On réalise le montage ci-contre, dans lequel e est une source de tension idéale, délivrant une tension sinusoïdale de la forme : $e(t) = E \cos(\omega t)$. r est un résistor de résistance $r = 10\text{k}\Omega$.

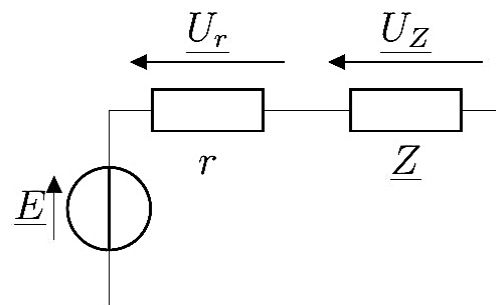


Figure 3 – Montage intégrant le micro

Q9. Montrer que $\underline{Z} = r \frac{U_Z}{U_r}$.

Le graphe de la figure 4 représente $\left| \frac{U_Z}{U_r} \right|$ en fonction de la pulsation ω pour les deux micros étudiés : trait plein pour le le micro Fender et pointillés pour micro Dynasonic.

Q10. Montrer qu'en basses fréquences $\underline{Z} \approx R$ et en déduire la valeur de R pour chaque micro.

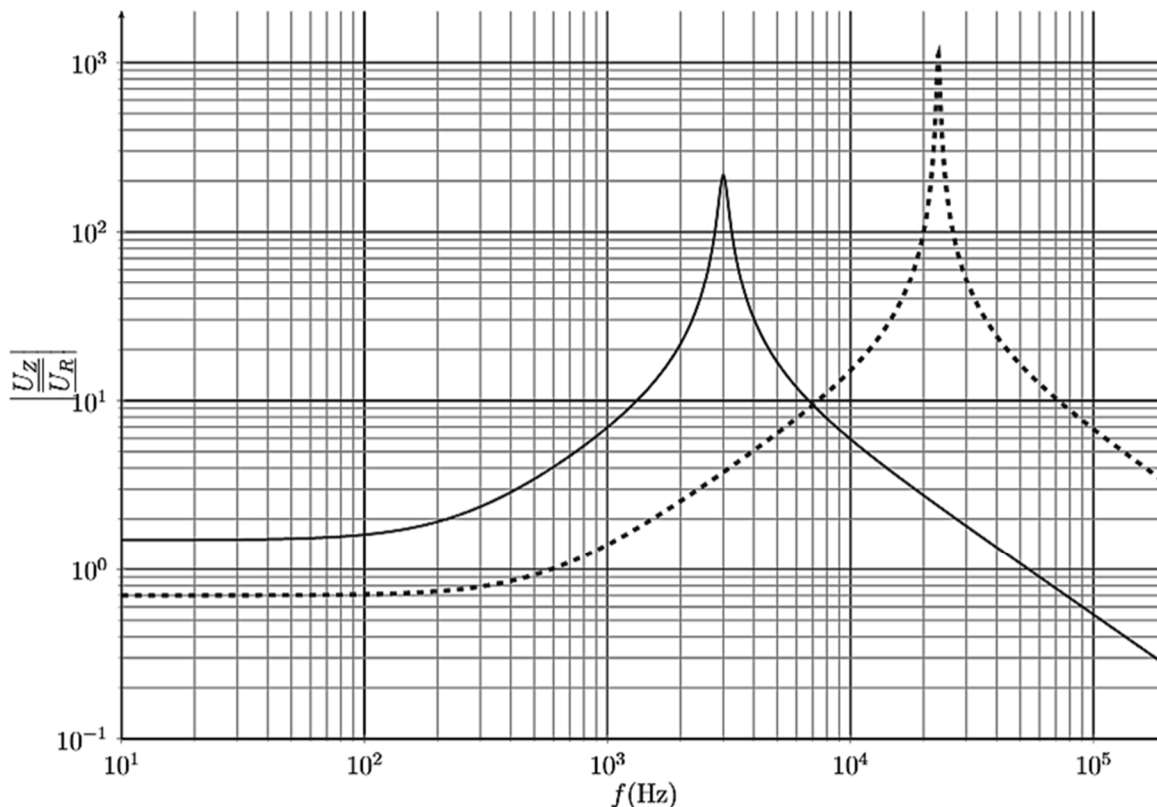


Figure 4 – Relevés expérimentaux

Les relevés expérimentaux mettent en évidence que pour des fréquences de l'ordre de 1kHz, \underline{Z} est dominée par R et L (le condensateur peut alors être considéré comme un circuit ouvert).

Q11. Montrer que pour ces fréquences $L \approx \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(r \left| \frac{U_Z}{U_r} \right| \right)^2 - R^2}$. En déduire la valeur de L pour chaque micro.

\underline{Z} peut s'écrire sous la forme

$$\underline{Z} = R \frac{1 + jQ \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

Q12. En utilisant la question Q8, donner l'expression de ω_0 et Q en fonction de R, L et C

Q13. Simplifier l'expression de \underline{Z} dans l'hypothèse $Q \gg 1$ et ω proche de ω_0 . Expliquer comment évaluer Q à partir des relevés expérimentaux. En déduire la valeur de C pour chaque micro.

Exercice 2 : Suspension de voiture

Les suspensions d'un véhicule ont pour objectif principal d'assurer la meilleure tenue de route possible, de façon à garantir la sécurité des occupants. Il existe de nombreux types de suspensions dont le rôle est notamment de contrôler le déplacement vertical d'un véhicule.

Par la suite, nous allons nous intéresser aux suspensions à ressorts disposant d'amortisseurs rhéomagnétiques.

Différents éléments participent à l'amortissement mais tous les effets seront ramenés au niveau des suspensions dont seul le déplacement vertical est étudié.

L'étude est menée en référentiel galiléen et l'on note $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ l'accélération du champ de pesanteur.

Le véhicule, de masse M , repose de façon équivalente sur quatre amortisseurs supposés identiques. On note m la masse supportée par un seul amortisseur.

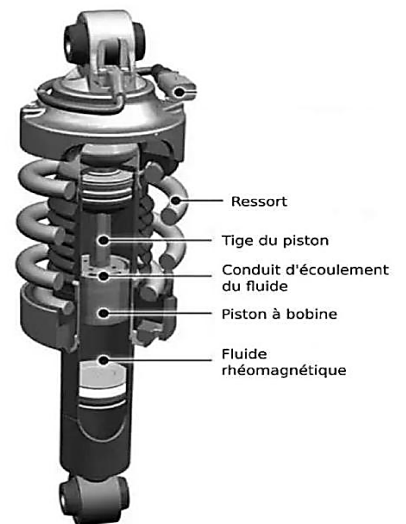


Figure 1 - Schéma d'une suspension à ressort avec amortisseur rhéomagnétique

Q1. Quelle masse m supporte un amortisseur ?

Partie A Suspension sans amortissement

On modélise la suspension sans amortisseurs d'une voiture par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 , sur lequel repose la masse m (figure 2).

Q2. Déterminer la longueur à l'équilibre du ressort, $\ell_{\text{éq}}$, en fonction de g, k, ℓ_0 et de m .

Q3. Donner, en fonction de k et de m , l'expression de la pulsation propre ω_0 du système. Justifier son expression par une analyse dimensionnelle.

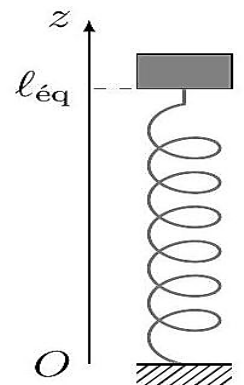


Figure 2 - Modélisation d'une suspension à ressort

Une association simple de deux ressorts peut se faire en série ou en parallèle (figure 3).

Soient deux ressorts de longueur à vide identique ℓ_0 et de constantes de raideur k_1 et k_2 .

Selon l'association réalisée, la constante de raideur équivalente vaut k_s en série ou k_p en parallèle.

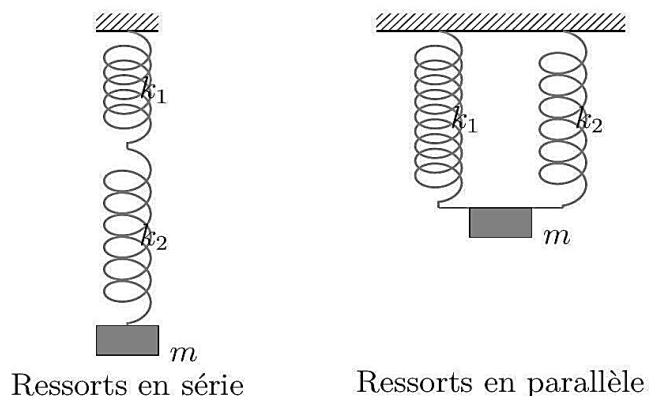


Figure 3 - Associations série et parallèle de deux ressorts

Q4. Démontrer que, pour une association de deux ressorts en parallèle, $k_p = k_1 + k_2$.

Q5. Les quatre amortisseurs étant supposés identiques, donner l'expression de la constante de raideur équivalente k_v de l'ensemble du véhicule, en fonction de la constante k de l'un d'entre eux.

Q6. En déduire l'expression de la pulsation propre de la voiture Ω_0 en fonction de ω_0 .

Partie B Suspension avec amortissement

La force de frottement fluide s'écrit :

$$\vec{F}_f = -h \frac{dz}{dt} \vec{e}_z$$

avec $z(t) = \ell(t) - \ell_0 + \frac{mg}{k}$ la variable repérant la position de la masse m à partir de sa position d'équilibre.

Q7. Montrer que l'équation différentielle du mouvement vertical d'un amortisseur de la voiture soutenant la masse m se met sous la forme :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = 0$$

et déterminer les expressions de ω_0 et Q en fonction de k , h et de m .

Q8. En déduire, en fonction de h et de m , la valeur limite k_c de k permettant le retour le plus rapide du système à sa position d'équilibre (régime critique).

Q9. À la construction du véhicule, le régime d'oscillations correspond au régime apériodique. Si l'on charge trop le véhicule, existe-t-il un risque de passer en régime pseudo-périodique ?

L'amortisseur a été soumis à une excitation sinusoïdale $\vec{F}(t) = F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \vec{u}_z$ de fréquence variable et l'amplitude des oscillations obtenues a été enregistrée pour différentes valeurs de m , ce qui a permis d'obtenir les courbes de résonance de la figure 5.

L'équation différentielle s'écrit alors :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 \cdot z = \frac{F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)}{m}$$

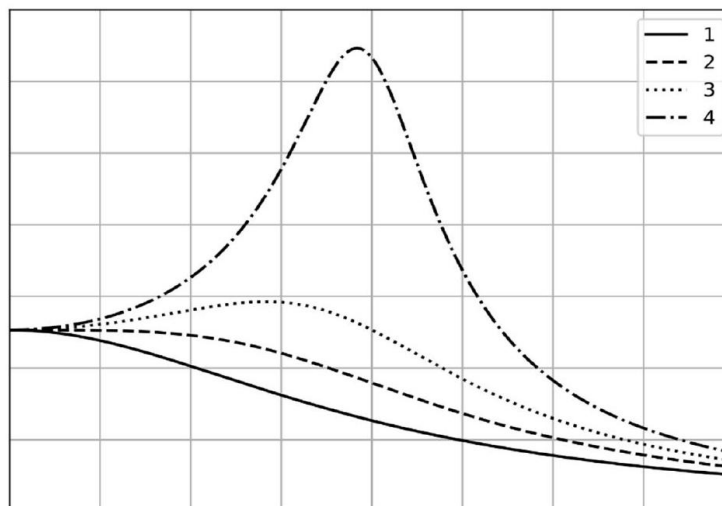


Figure 5 - Courbes de résonance

Q10. Sous quelle forme doit-on chercher la solution de l'équation différentielle une fois le régime transitoire terminé ?

Q11. Établir l'expression de l'amplitude complexe \underline{Z}_m associé à la représentation complexe de z .

Q12. En déduire l'expression de l'amplitude Z_m .

Q13. Proposer des grandeurs pour l'axe des abscisses et des ordonnées de la figure 5.

Q14. Expliquer quelle courbe correspond à la masse la plus élevée.

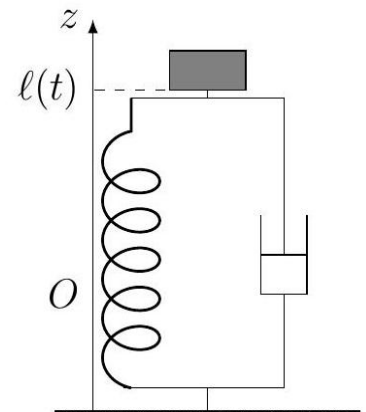


Figure 4 - Suspension avec amortisseur

Exercice 3 : Un air de déjà-vu

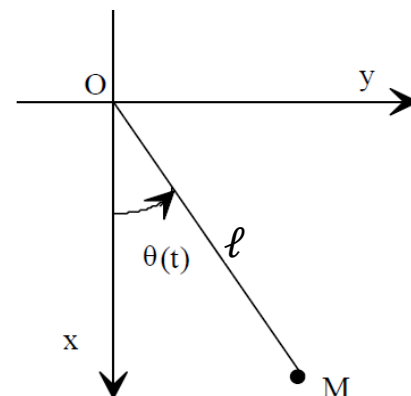
(d'après ENSTIM (petites Mines) 1996)

Un pendule simple non amorti :

On considère un point matériel M de masse m accroché à un point fixe O par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur ℓ et de masse nulle. L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g} = g \cdot \vec{u}_x$, \vec{u}_x étant un vecteur unitaire de l'axe Ox . On note, l'angle orienté : $\theta = (\vec{u}_x, \overrightarrow{OM})$.

On néglige les frottements.

On lâche la masse d'un angle θ_0 sans vitesse initiale.



Q1. Etablir l'équation différentielle du second ordre, vérifiée par θ .

Q2. En supposant que les élongations angulaires sont faibles, montrer que l'équation du mouvement est approchée par celle d'un oscillateur harmonique de pulsation ω_0 dont on donnera l'expression en fonction de ℓ et g . On rappelle que pour les faibles élongations angulaires, $\sin(\theta) \approx \theta$.

Q3. En déduire $\theta(t)$.

Q4. Proposer une méthode pour déterminer expérimentalement les valeurs de la période T du pendule.

Oscillateur amorti :

Lorsque l'on enregistre expérimentalement $\theta(t)$, on constate que l'amplitude de θ diminue lentement. On interprète ce résultat par la présence de frottements que l'on modélise par une force $\vec{f} = -\alpha \cdot \vec{v}$, \vec{v} désigne la vitesse du point M et α , une constante positive.

Q5. Etablir l'équation différentielle du second ordre vérifiée par θ .

En se limitant aux petits angles, écrire l'équation sous la forme :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \cdot \theta = 0$$

Donner l'expression de Q et son interprétation physique.

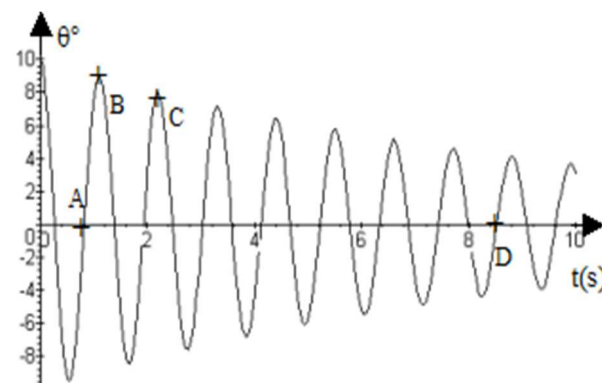
Q6. A quelle condition obtient-on un régime pseudo-périodique ?

Q7. Dans le cadre d'un régime pseudo-périodique, établir l'expression de la pseudo-pulsation Ω et de la pseudo-période T .

On appelle décrément logarithmique, δ la quantité $\ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+T)}\right)$ où T est la pseudo-période et t le temps.

Q8. Donner l'expression du décrément logarithmique δ en fonction de Q .

La figure ci-contre représente les variations de θ avec le temps. On précise les coordonnées de 4 points particuliers.



Q9. Calculer numériquement à partir des valeurs expérimentales :

- la pseudo-période T ;
- l'ordre de grandeur du facteur de mérite Q .

Indication : $\ln(1,1) \approx 0,1$.

Points	A	B	C	D
t (s)	0,53	1,1	2,2	8,25
θ (°)	0	8,81	8,02	0

Exercice 4 : Fentes d'Young

En 1802, l'expérience dite des « trous d'Young » a permis de confirmer la nature ondulatoire de la lumière en réalisant une figure d'interférence lumineuse.

Une version moderne de cette expérience consiste à éclairer avec une lumière laser de longueur d'onde λ deux fentes parallèles distantes de $2a$ et d'épaisseurs très inférieures à $2a$. Sur un écran situé à une distance $D \gg a$, on observe la lumière qui a traversé le système. On fait l'hypothèse que le problème est invariant selon la direction des fentes et on travaille dans le plan médiateur (Oxy) de ces dernières. On note S_1 et S_2 les points des fentes appartenant à ce plan et O le milieu de ces points. On suppose que les ondes sont en phase en S_1 et S_2 .

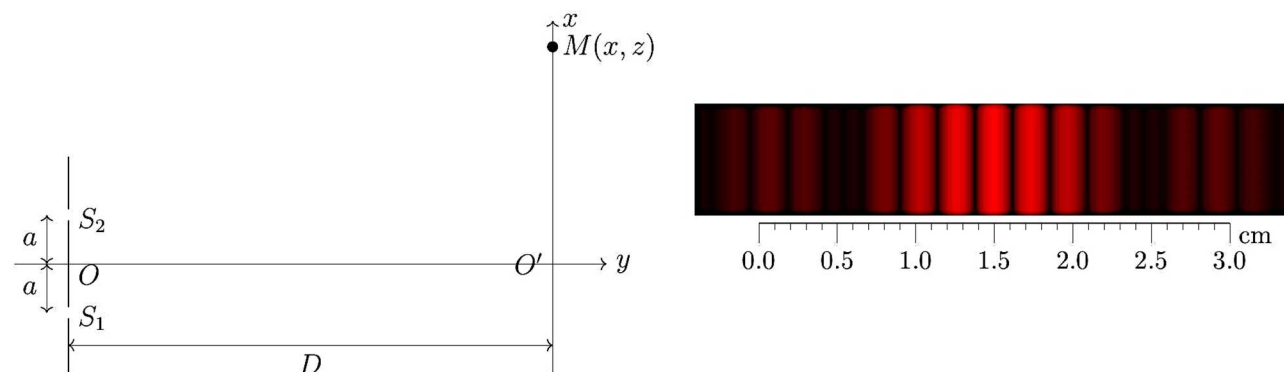
L'axe Oy est perpendiculaire au plan contenant les fentes, l'axe $O'x$ se trouve sur l'écran, perpendiculaire à Oy . Les notations sont schématisées ci-dessous.

Le point courant M est repéré par son ordonnée x .

La photographie ci-dessous reproduit ce qui est visualisé sur l'écran pour un laser de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ et une distance $D = 1,20 \text{ m}$.

Indications :

- Développement limité de la fonction racine carrée en $1 : \sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ quand $x \ll 1$.



Les signaux émis par les sources S_1 et S_2 sont identiques : $s_1(S_1, t) = s_2(S_2, t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Au point M , ces deux signaux s'écrivent :

$$s_1(M, t) = A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi_1(M))$$

$$s_2(M, t) = A_2 \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi_2(M))$$

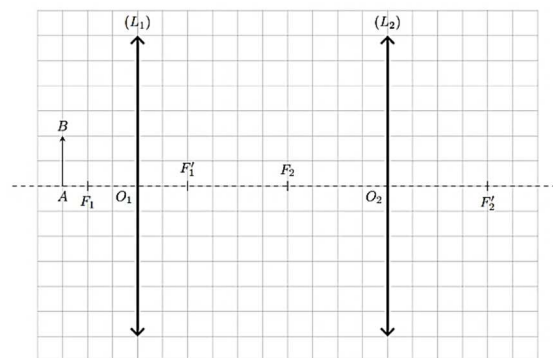
- Q1. Que représentent les termes $\phi_1(M)$ et $\phi_2(M)$? Les exprimer notamment en fonction des distances S_1M et S_2M .
- Q2. Exprimer la différence de marche $\delta(M)$ en M en fonction de S_1M et S_2M .
- Q3. Exprimer les distances S_1M et S_2M en fonction de x , z , a et D . Effectuer les approximations légitimes et nécessaires. En déduire l'expression de la différence de marche en fonction de x , a et D .
- Q4. Exprimer le déphasage $\Delta\phi = \phi_2(M) - \phi_1(M)$ en M entre les deux ondes issues de S_1 et S_2 en fonction de la différence de marche $\delta(M)$ et de λ .
- Q5. À quelle condition portant sur le déphasage $\Delta\phi$ les interférences sont-elles constructives ? Comment se traduit cette condition sur la différence de marche δ ?
- Q6. En déduire les positions du micro pour lesquelles les interférences sont constructives. L'amplitude du son reçu par le micro dans ces positions est-elle minimale ou maximale ?
- Q7. Quel est l'interfrange pour cette figure d'interférence ?
- Q8. À l'aide de la photographie, donner l'ordre de grandeur de la distance $2a$ entre les deux fentes.

Exercice 5 : Le microscope

Un microscope optique est modélisé par deux lentilles minces convergentes : l'objectif, placé du côté de l'objet, et l'oculaire, placé du côté de l'observateur. Il est réglé pour donner une image à l'infini d'un objet réel AB , perpendiculaire à l'axe optique, A étant placé sur l'axe, légèrement avant du foyer objet de l'objectif.

L'image finale est observée par un œil emmétrope placé au voisinage du foyer image de l'oculaire. On modélise l'objectif par une lentille L_1 convergente de distance focale image f'_1 et l'oculaire par une lentille L_2 convergente de distance focale image f'_2 (voir schéma ci-contre).

Le microscope modélisé dans cet exercice porte les indications suivantes :



« Objectif x40 ; Oculaire x10 ; Ouverture numérique ON = 0,65 cm ».

La notice constructeur précise également l'intervalle optique $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = 16$ cm.

Donnée :

- Relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$
- Relation de conjugaison de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$

Q1. Justifier que si le microscope est correctement réglé, l'objectif fournit une image (intermédiaire) réelle et agrandie d'un objet réel alors que l'oculaire fournit une image à l'infini d'un objet réel. En déduire la position de l'image intermédiaire par rapport à l'oculaire L_2 .

Q2. Compléter le schéma sur le document réponse (dernière page), en construisant l'image finale en sortie de l'oculaire.

On s'intéresse tout d'abord à l'oculaire seul. L'indication « x10 » portée sur l'oculaire est le grossissement commercial $G_0 = \alpha' / \alpha_{max}$ où α_{max} est l'angle sous lequel on verrait l'objet intermédiaire transverse $A_1 B_1$ à l'œil nu lorsqu'il est situé à la distance minimale de vision distincte $\delta_m = 25$ cm et α' est l'angle sous lequel on voit l'image à l'infini de $A_1 B_1$ lorsqu'il est placé dans le plan focal objet de l'oculaire seul.

Q3. Faire un schéma représentant chacune des situations décrites ci-dessus. Pourquoi est-il intéressant d'utiliser l'angle α_{max} comme référence pour définir un grossissement commercial ?

Q4. En déduire que la distance focale image de l'oculaire vaut $f'_2 = 2,5$ cm.

Considérons maintenant le microscope complet, avec l'objectif. L'indication « x40 » portée sur l'objectif est la valeur absolue du grandissement transversal γ_1 de la lentille L_1 .

Q5. Donner en le justifiant le signe de γ_1 .

Q6. En utilisant le théorème de Thalès ou des relations impliquant les tangentes d'angles bien choisis, montrer que $\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1}$.

En déduire la distance focale image de l'objectif f'_1 , littéralement puis numériquement.

Q7. Montrer que la distance $\overline{O_1 A}$ où l'objet doit être placé pour obtenir une image à l'infini en sortie du microscope vaut

$$\overline{O_1 A} = -\frac{f'_1(\Delta + f'_1)}{\Delta}$$

Commenter le signe obtenu.

Le grossissement commercial G du microscope complet est le rapport entre d'une part l'angle sous lequel on voit l'image à l'infini d'un objet de taille finie à travers le microscope et l'angle sous lequel on le voit à l'œil nu s'il est placé à la distance minimale de vision distincte $\delta_m = 25$ cm.

Q8. Exprimer le grossissement commercial d'abord en fonction de δ_m , γ_1 et f'_2 , littéralement puis numériquement. Comment déduire ce grossissement des indications portées sur l'objectif et l'oculaire ?

DOCUMENT A RENDRE

Nom :

Prénom :

