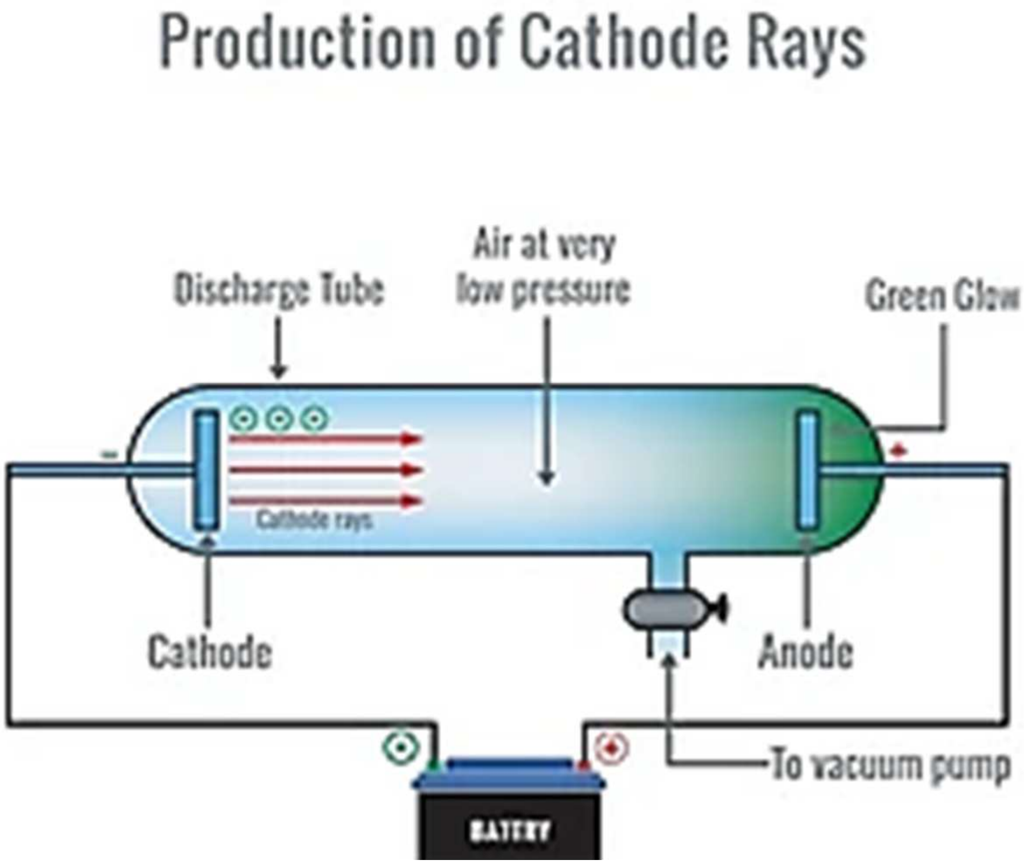
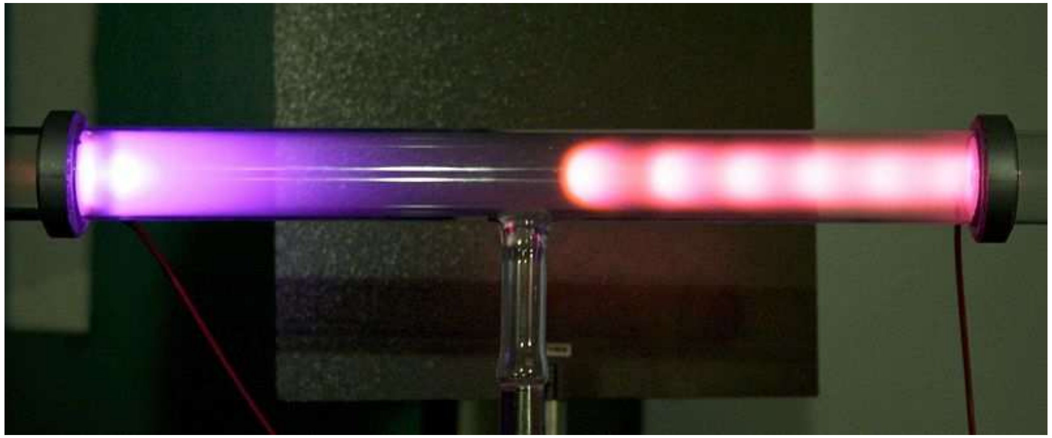
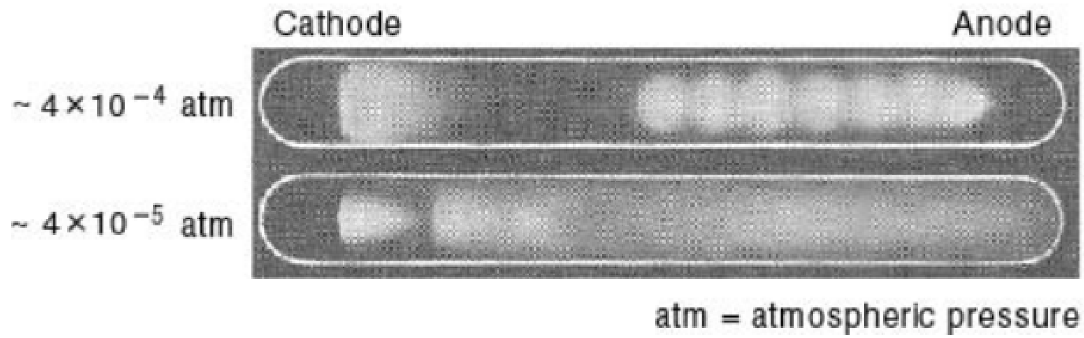
Mouvement de particules chargées
dans un champ électrostatique $\vec{E}$
et
dans un champ magnétostatique $\vec{B}$

Chapitre M4

Un phénomène étrange au XIXème siècle :
Les rayons cathodiques







Nature des rayons cathodiques?

Des particules ?

Des ondes électromagnétiques ?

Il faut trancher par l'expérience!

Effet des champs électriques et magnétiques sur les particules

Définition : Force de Lorentz (1895)

En présence d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$, une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ subit une force qui vaut :

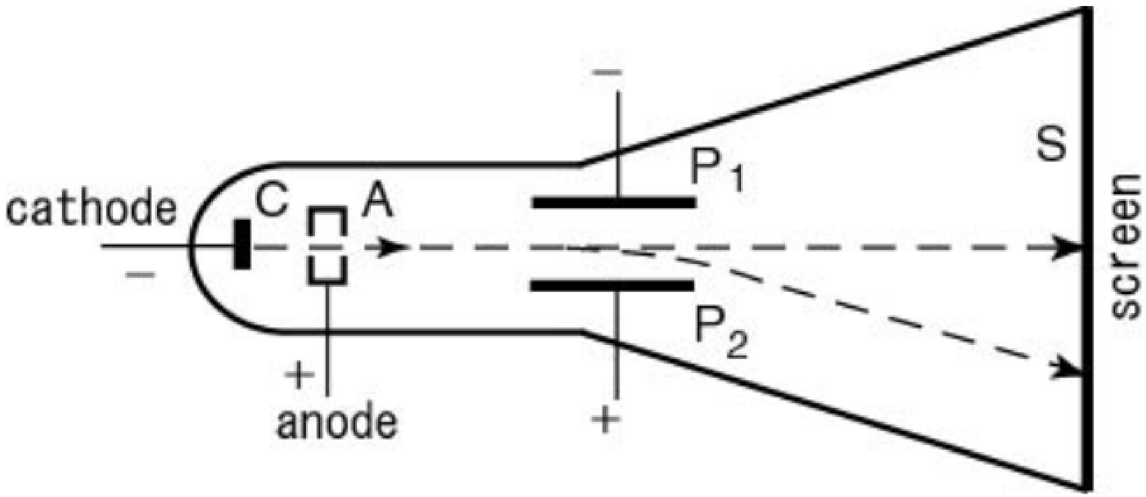
$$\boxed{\overrightarrow{F_L} = q.\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)}$$

Cette force est nommée ***force de Lorentz***.

J. J. Thomson (1897)

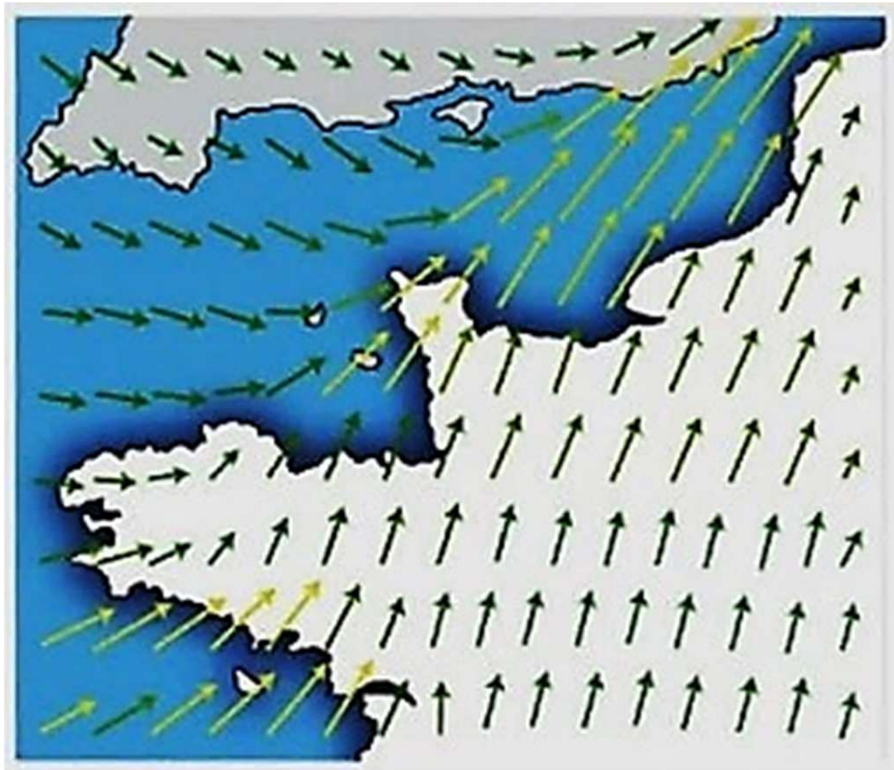
Influence du champ électrique?

$$\overrightarrow{F_L} = q.\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

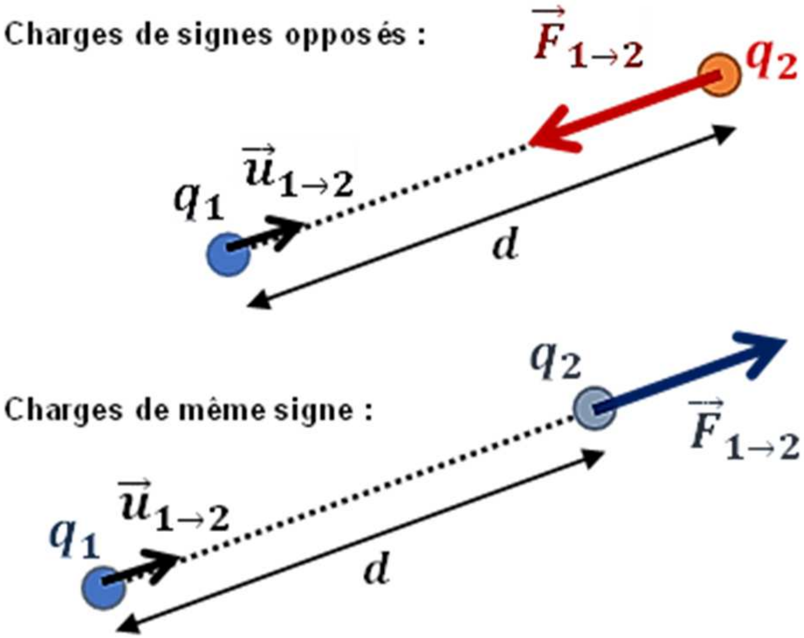


C’est quoi un champ électrique?

Un ***champ vectoriel***
c’est-à-dire une fonction de plusieurs variables qui associe un vecteur à chaque point de l'espace



Détours par la loi de Coulomb

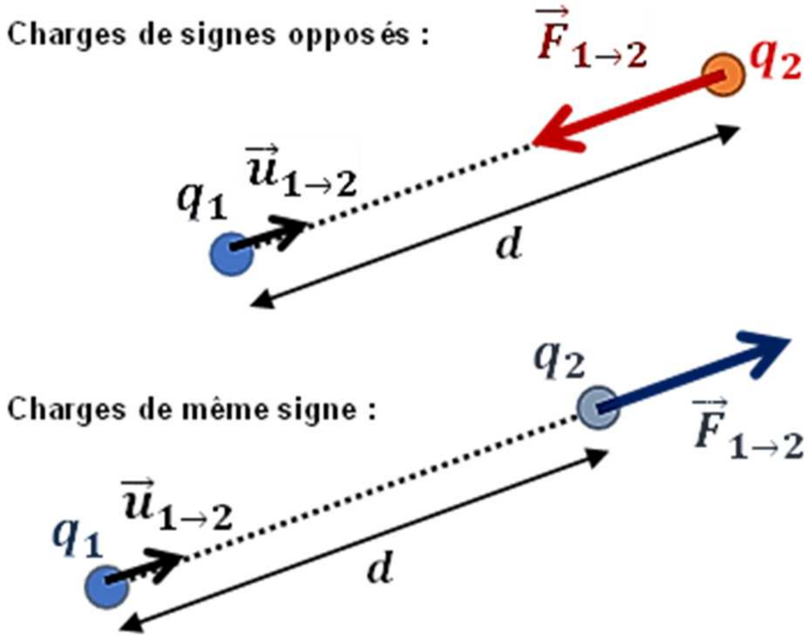


Loi : Loi de Coulomb

Une particule chargée de charge q_1 exerce sur une autre particule chargée de charge q_2 une force :

$$\vec{F}_{1\to2} = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}.\frac{q_1.q_2}{d^2}.\vec{u}_{1\to2}$$

Détours par la loi de Coulomb



Loi : Loi de Coulomb

Une particule chargée de charge q_1 exerce sur une autre particule chargée de charge q_2 une force :

$$\vec{F}_{1\to2} = \underbrace{\frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}.\frac{q_1}{d^2}.\vec{u}_{1\to2}}_{\vec{E_1}}.q_2$$

Détours par la loi de Coulomb

Le champ électrostatique d'un ensemble de particules chargées s'obtient en ajoutant vectoriellement la contribution de chacune des particules (principe de superposition) :

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i(M)$$

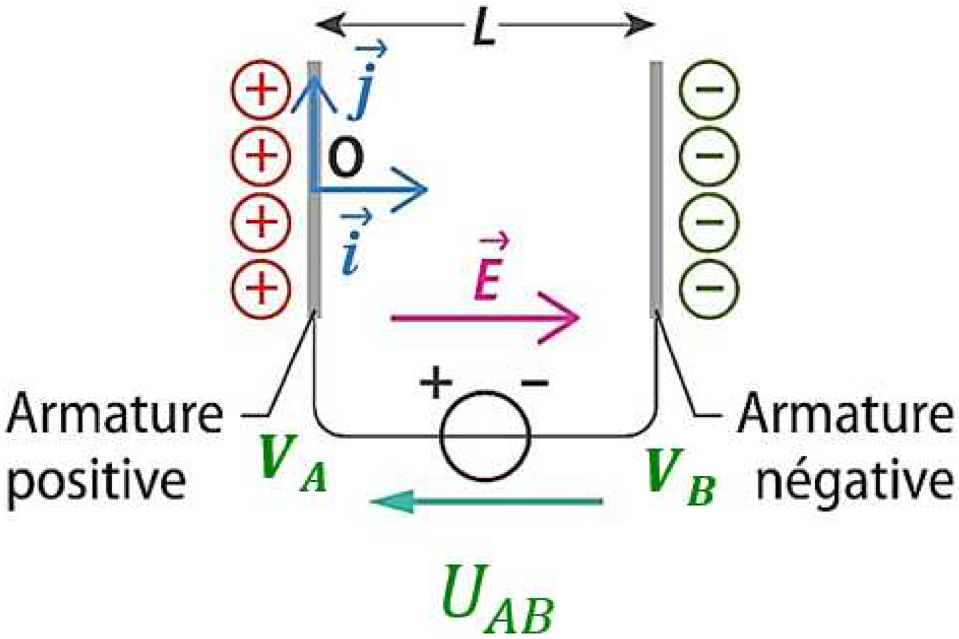
Si un ensemble de particules chargées exercent une force électrostatique

Loi : Loi de Coulomb

Une particule chargée de charge q_1 exerce sur une autre particule chargée de charge q_2 une force :

$$\vec{F}_{1\to 2} = \underbrace{\frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}.\frac{q_1}{d^2}.\vec{u}_{1\to 2}}_{\overrightarrow{E_1}}.q_2$$

Créer un champ électrique permanent



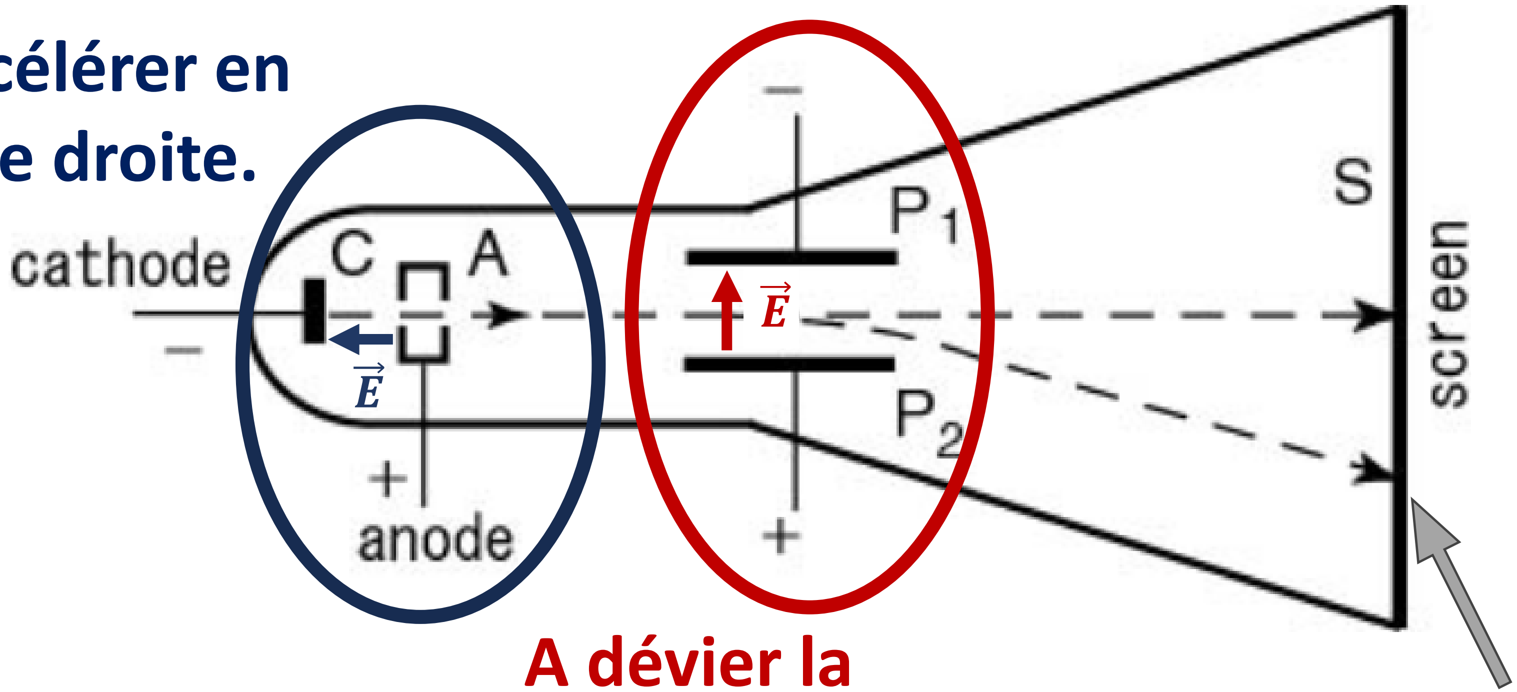
Entre les deux armatures d'un ***condensateur,*** il existe un champ électrique $\vec{E}$

- uniforme (si on néglige les effets de bord),
- perpendiculaire aux armatures,
- orienté vers le potentiel le plus bas (armature chargée négativement)
- dont la norme vaut :

$$\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{U_{AB}}{L} = \frac{V_A - V_B}{L}}$$

A quoi sert un champ $\vec{E}$?

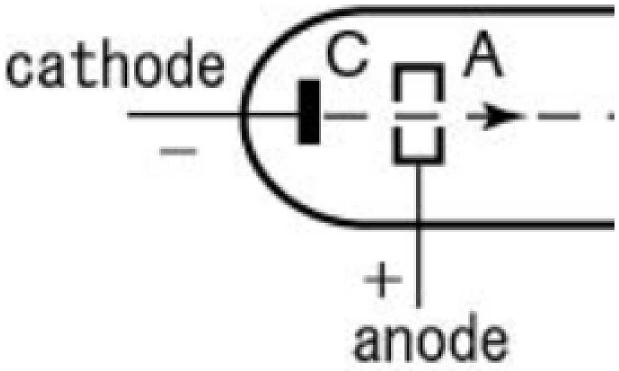
A accélérer en ligne droite.



A dévier la trajectoire des particules.

Le sens de déviation nous indique le signe de la charge : ici particule **chargée négativement**.

Accélération linéaire des particules chargées



Approche énergétique

La partie électrique de la force de Lorentz, $\overrightarrow{F_L} = q.\vec{E}$, est une ***force conservative*** à laquelle on associe une ***énergie potentielle électrique*** :

$$\boxed{E_{p,élec} = q.V(M)}$$

- On applique une différence de potentiel électrique:

$$\mathrm{U_{AC}} = V(A) - V(C) = +700\ V$$

- La distance entre les deux électrodes (armatures) est de $L = 1\ cm$.

Quelle est la vitesse de la particule en sortie de l'anode?

➔ Démonstration à connaitre et savoir refaire.

Savoir-faire 1 - Déterminer la vitesse d'une particule en sortie d'une différence de potentiel

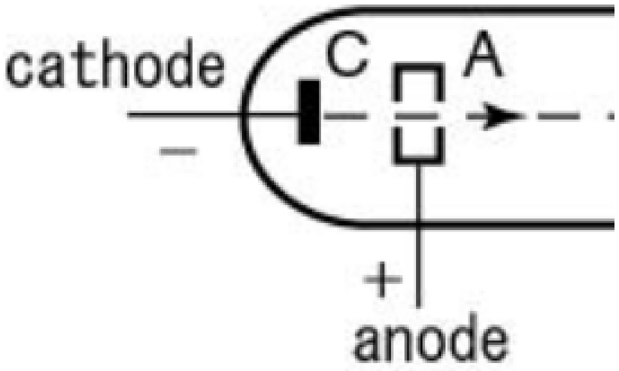
On considère deux plaques chargées : le potentiel en $x = 0$ est V_1 et le potentiel en $x = d$ est V_2 tels que $V_1 > V_2$.

Un proton est à l'instant $t = 0$ sans vitesse à la position $x = 0$.

<u>Données</u> : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $m_{proton} = 1{,}67.10^{-27}$kg ; $U = 700\ V$.

1. Grâce à un bilan énergétique, déterminer sa vitesse en sortie de l'accélérateur.
2. Les lois de la mécanique classique utilisées en classe ne sont valables que si la vitesse du système est inférieure au dixième de la vitesse de la lumière dans le vide. Est-ce le cas ici ? Conclure.

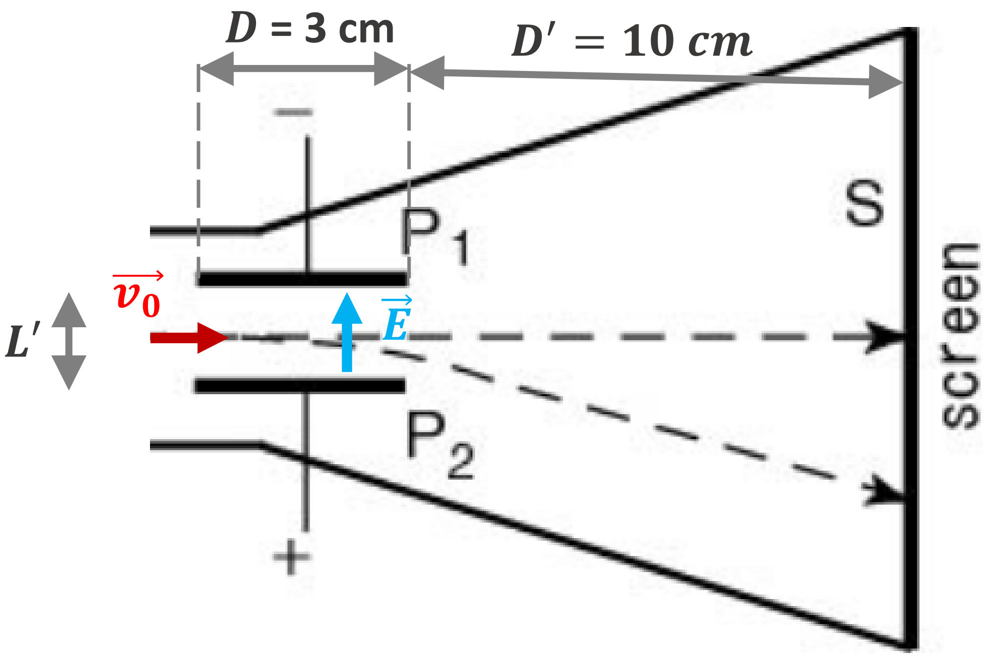
Accélération linéaire des particules chargées



$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{2.\,|q|.\,U_{AC}}{m}}}$$

<u>Remarque</u>: indépendant de L !

Déviation de particules chargées par un champ électrique



- On applique une différence de potentiel électrique:
  $$U_{21} = V(P_2) - V(P_1) = +200\ V$$
- La distance entre les deux électrodes (armatures) est de $L' = 1\ cm$.

A quel endroit la particule frappe-t-elle l'écran?

➔ **Démonstration à connaitre et savoir refaire: exercice 1**

Déviation de particules chargées par un champ électrique

Bilan des forces

Est-il important de prendre en compte le poids de la particule?

Pour un ion hydrogène $\boldsymbol{H^+}$ ($q \approx 1{,}6.10^{-19}$ C et $m \approx 1{,}7.10^{-27}$kg)

dans un tout tout petit champ électrique: $\|\vec{E}\| = 1\ \text{V.m}^{-1}$

Proton « découvert » en 1919

$$\overrightarrow{F_L} = q.\vec{E}$$

Odg : $\|\overrightarrow{F_L}\| \approx 10^{-19} \times 1 \approx 10^{-19}$N

$$\vec{P} = m.\vec{g}$$

Odg : $\|\vec{P}\| \approx 10^{-27} \times 10 \approx 10^{-26}$N

Déviation de particules chargées par un champ électrique

Bilan des forces

Est-il important de prendre en compte le poids de la particule?

Pour un ion hydrogène H^+ $(q \approx 1{,}6.10^{-19}$ C et $m \approx 1{,}7.10^{-27}\text{kg})$

dans un tout tout petit champ électrique: $\|\vec{E}\| = 1\ \text{V.m}^{-1}$

Proton « découvert » en 1919

$$\overrightarrow{F_L} = q.\vec{E}$$

Odg : $\|\overrightarrow{F_L}\| \approx 10^{-19} \times 1 \approx 10^{-19}\text{N}$

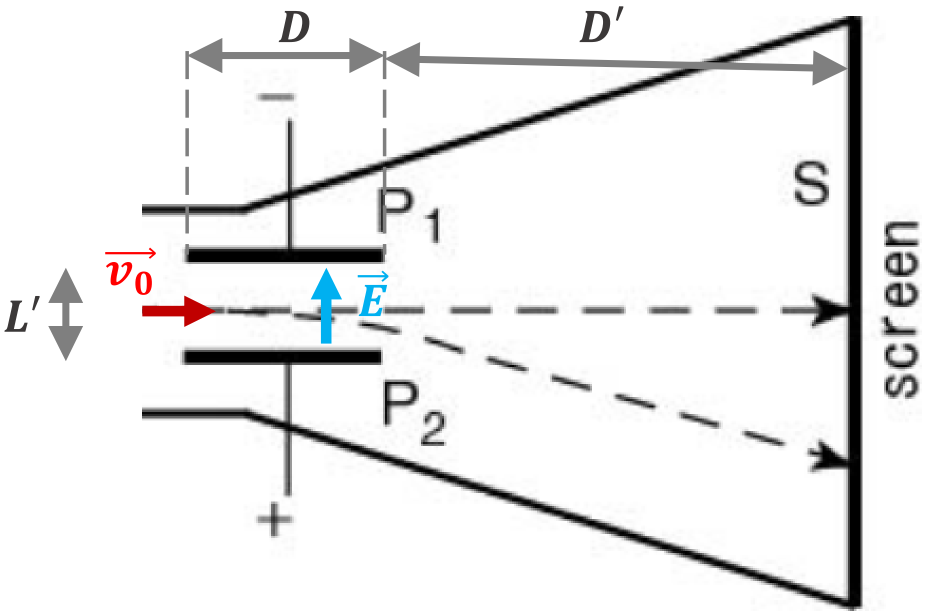
$$\vec{P} = m.\vec{g}$$

Odg : $\|\vec{P}\| \approx 10^{-27} \times 10 \approx 10^{-26}\text{N}$

$$\boxed{\frac{\overrightarrow{F_L}}{\vec{P}} \approx \frac{10^{-19}}{10^{-26}} \approx 10^{7} \gg 1}$$

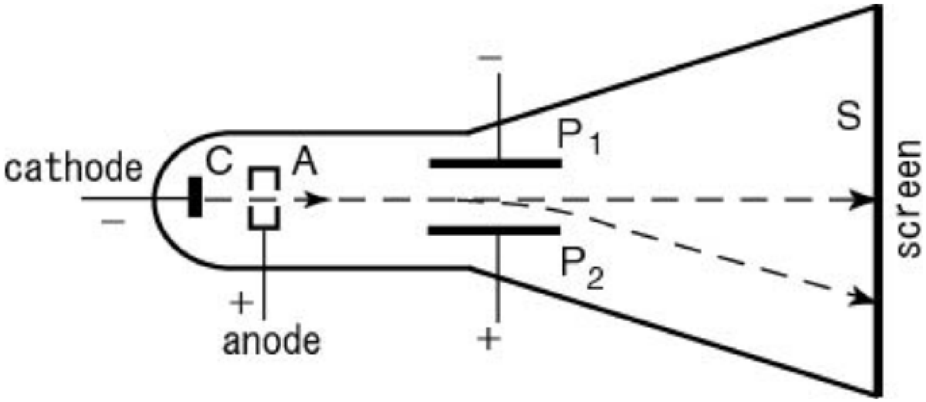
Le poids est vraiment négligeable!

Déviation de particules chargées par un champ électrique



$$y_{écran} = -\frac{|q|.\,U_{21}}{m.\,L'}.\frac{D}{v_0^2}.\left(\frac{D}{2}+D'\right)$$

Déviation de particules chargées par un champ électrique



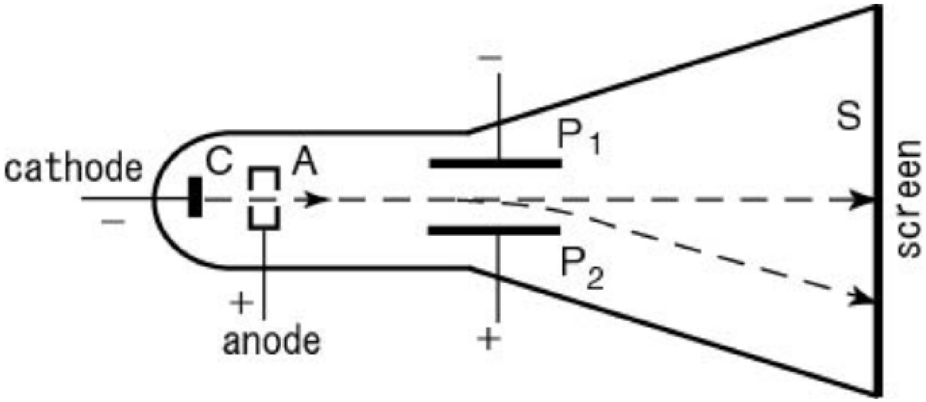
$$y_{\text{écran}} = -\frac{|q|.U_{21}}{m.L'}.\frac{D}{v_0^2}.\left(\frac{D}{2}+D'\right)$$

$$+$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2.|q|.U_{AC}}{m}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{y_{\text{écran}} = -\frac{U_{21}}{L'}.\frac{D}{2.U_{AC}}.\left(\frac{D}{2}+D'\right)}$$

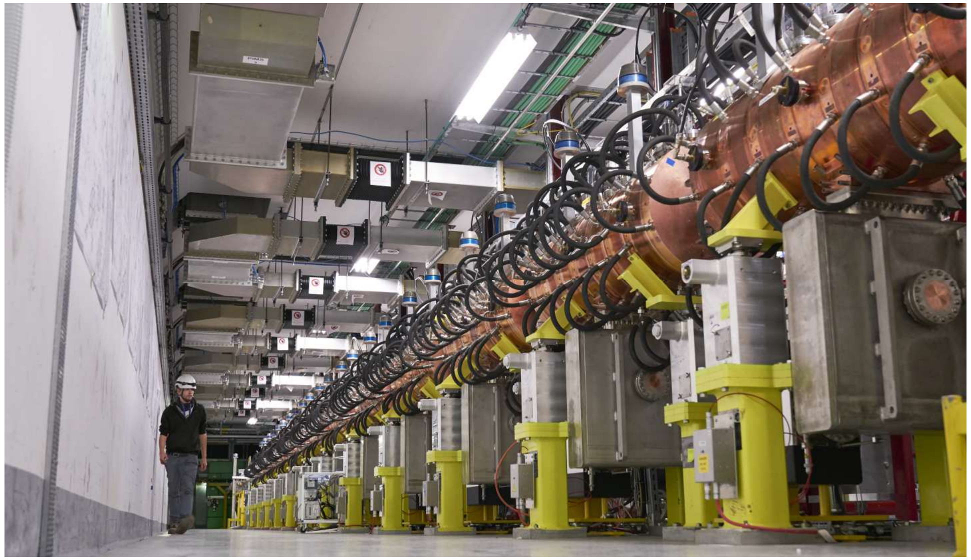
Déviation de particules chargées par un champ électrique

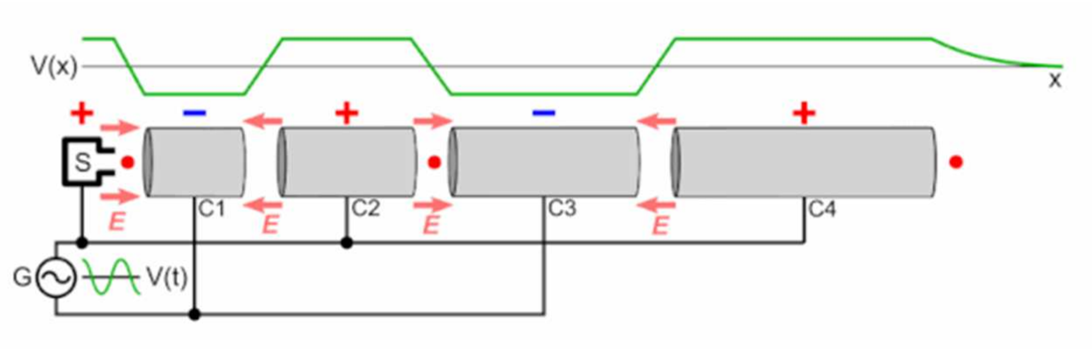


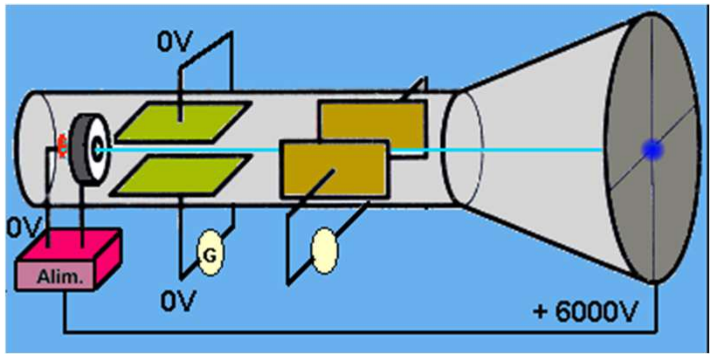
La déviation ne dépend pas des propriétés de la particule !!!

$$y_{écran} = -\frac{U_{21}}{L'} \cdot \frac{D}{2.U_{AC}} \cdot \left(\frac{D}{2} + D'\right)$$

Ce n'était pas si inutile!



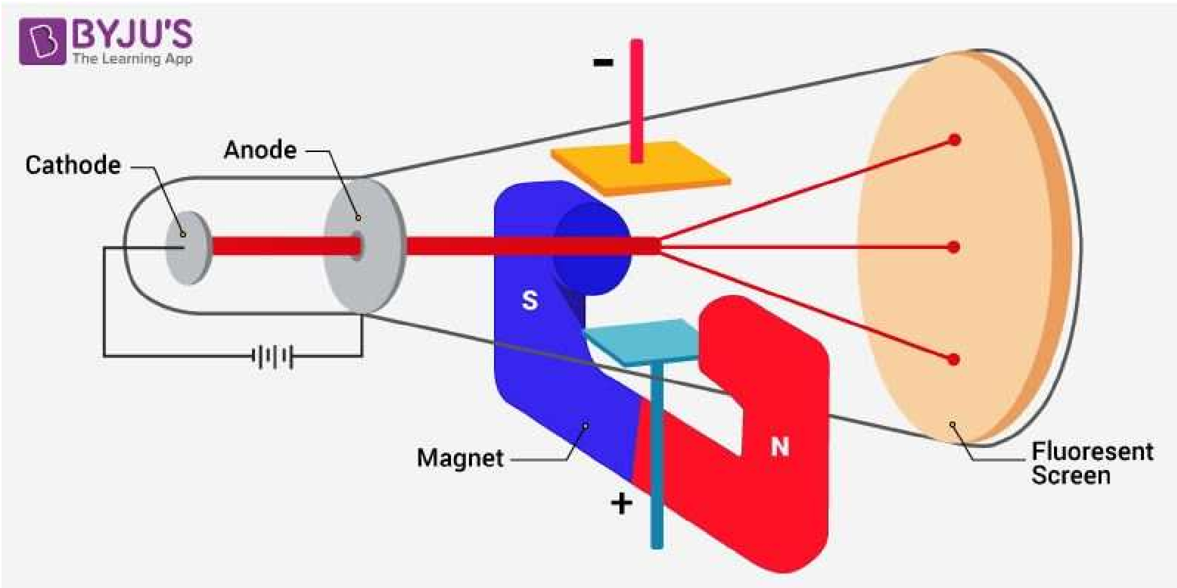




Une idée de génie!

Et avec le champ magnétique?

$$\overrightarrow{F_L} = q.\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$



Le champ magnétique $\vec{B}$

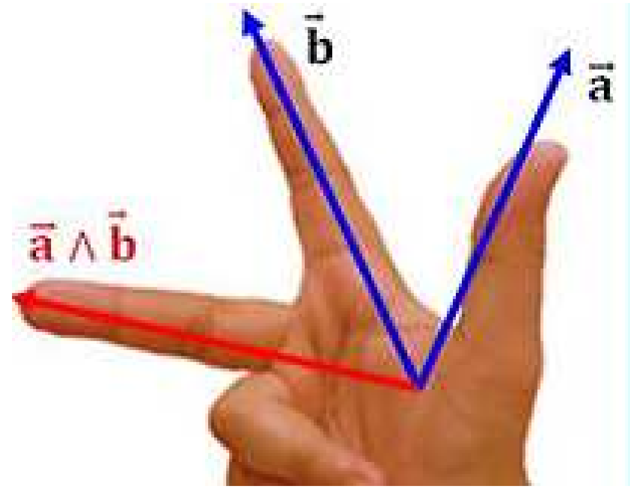
Définition : Champ magnétique permanent (magnétostatique)

Le champ magnétique est un champ vectoriel : en tout point M de l'espace il existe un vecteur $\vec{B}(M)$ décrivant localement le champ magnétique.

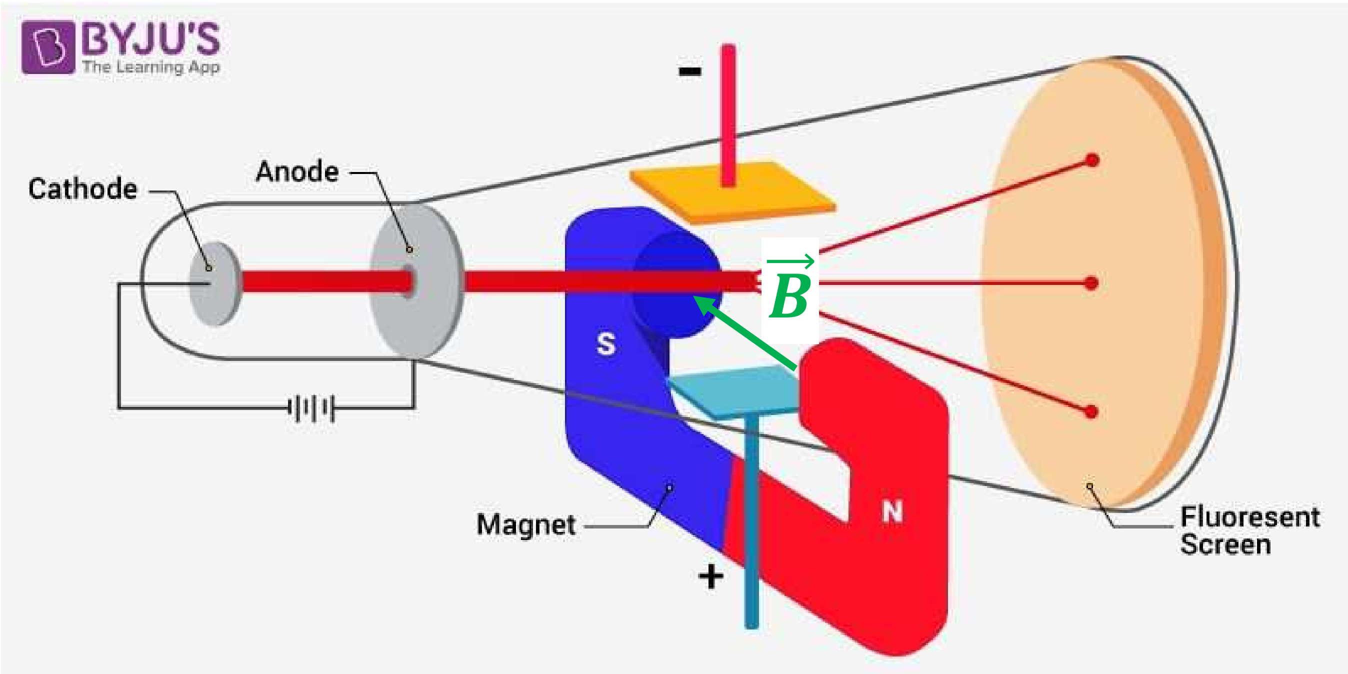
- Le sens et la direction du vecteur indique comment la boussole se positionne.
- La norme du vecteur renseigne sur l'intensité du champ magnétique au point M considéré. Elle s'exprime en tesla (T).

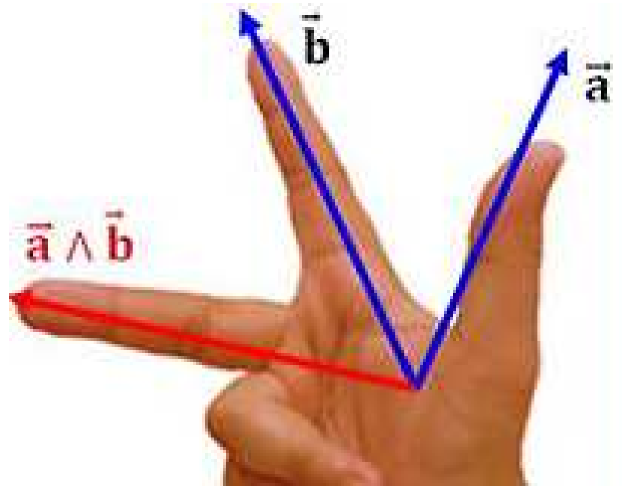
Exemple de source	Ordre de grandeur de $\|\vec{B}\|$
Champ magnétique terrestre	≈ 50 μT
Un magnet sur le frigo	1mT
Un “bon” aimant permanent	1 T
Un appareil d'IRM	5 T
L'aimant “permanent” le plus puissant	20 T

La force de Lorentz magnétique
produit vectoriel

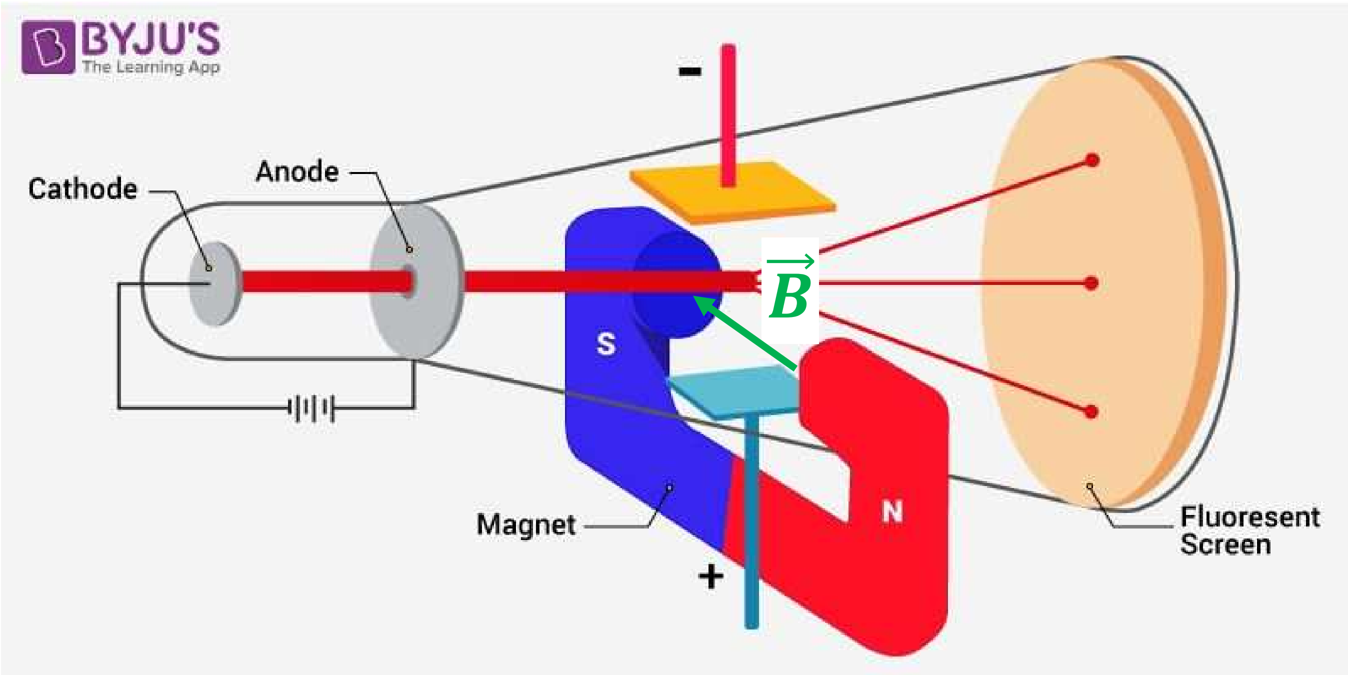


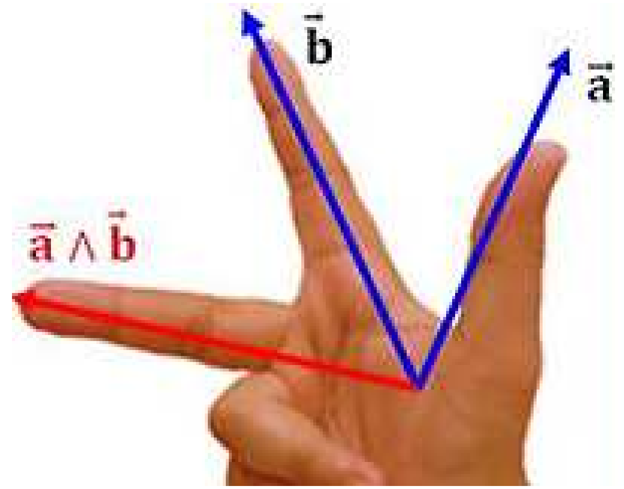
La force de Lorentz magnétique
produit vectoriel





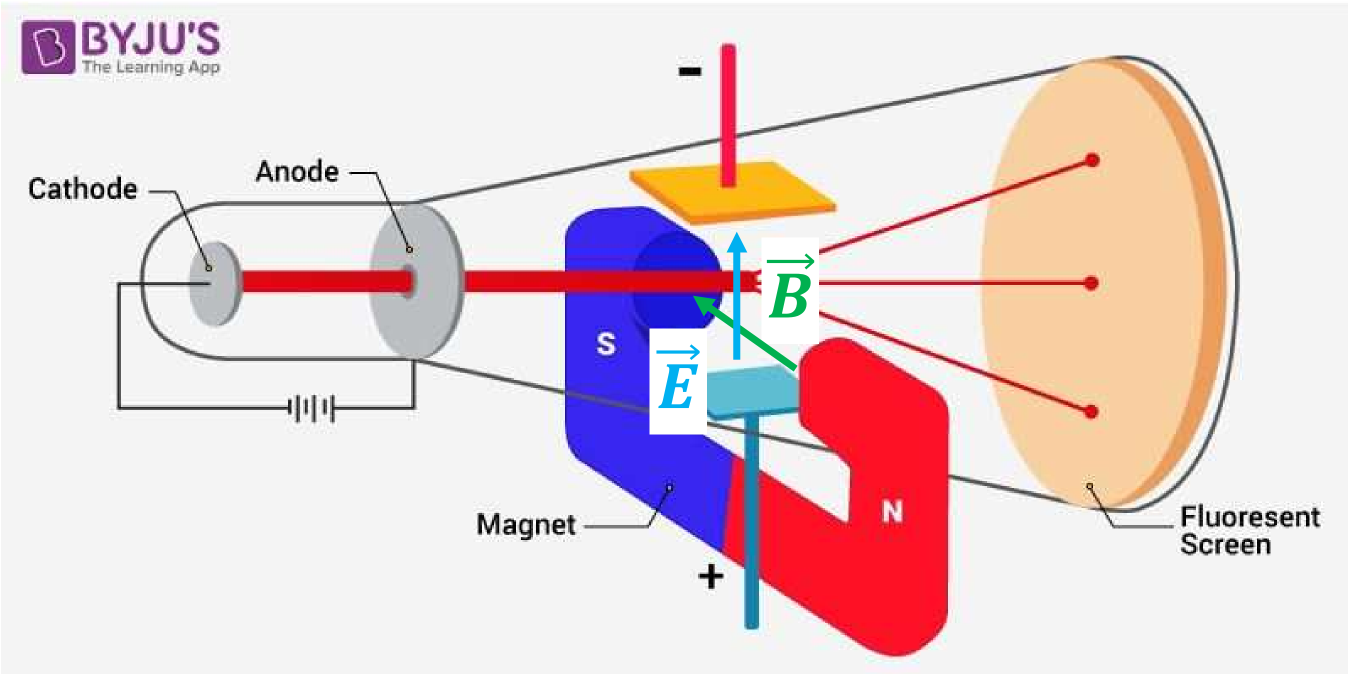
La force de Lorentz magnétique
produit vectoriel





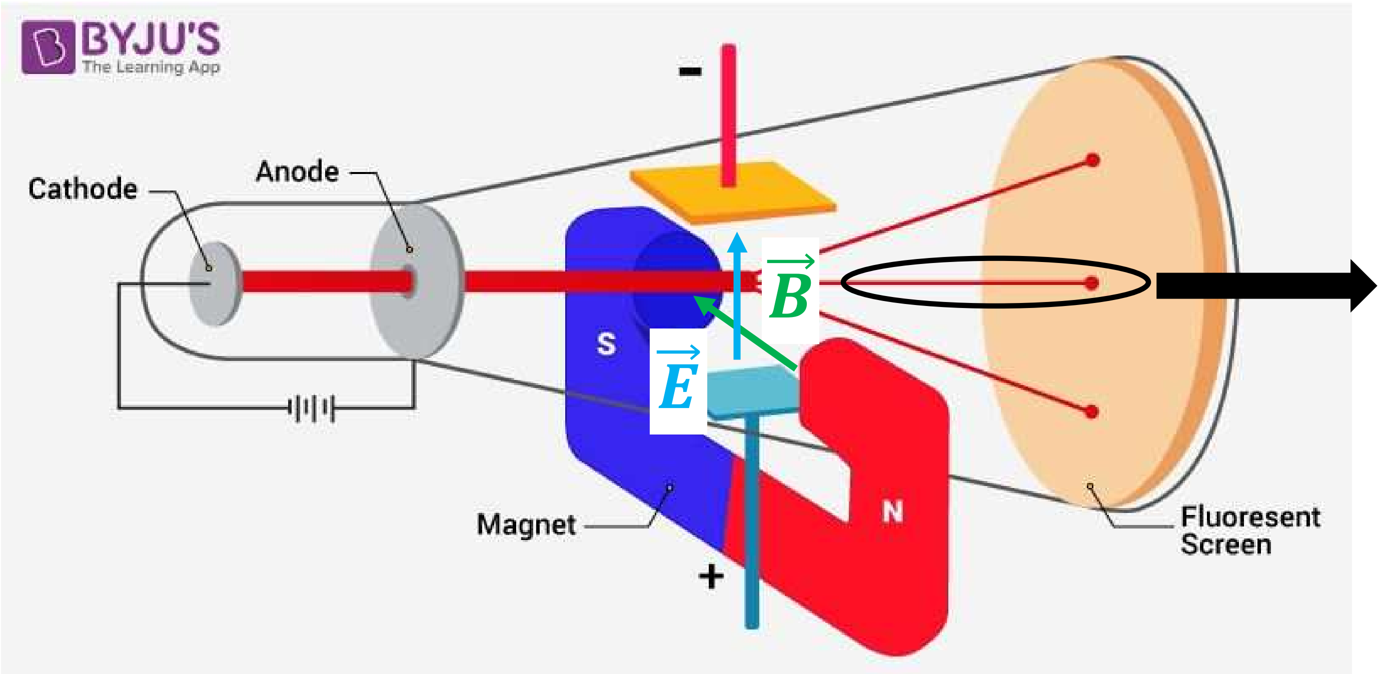
$$\overrightarrow{F_{L,m}} = q.\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right) = q.\left(v.\overrightarrow{u_x} \wedge B.(-\overrightarrow{u_z})\right) = q.v.B.\overrightarrow{u_y}$$

Superposition d'un champ électrique et d'un champ magnétique



$$\overrightarrow{F_L} = \overrightarrow{F_{L,e}} + \overrightarrow{F_{L,m}} = q.\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) = q.E.\overrightarrow{u_y} + q.v.B.\overrightarrow{u_y}$$

Superposition d'un champ électrique et d'un champ magnétique



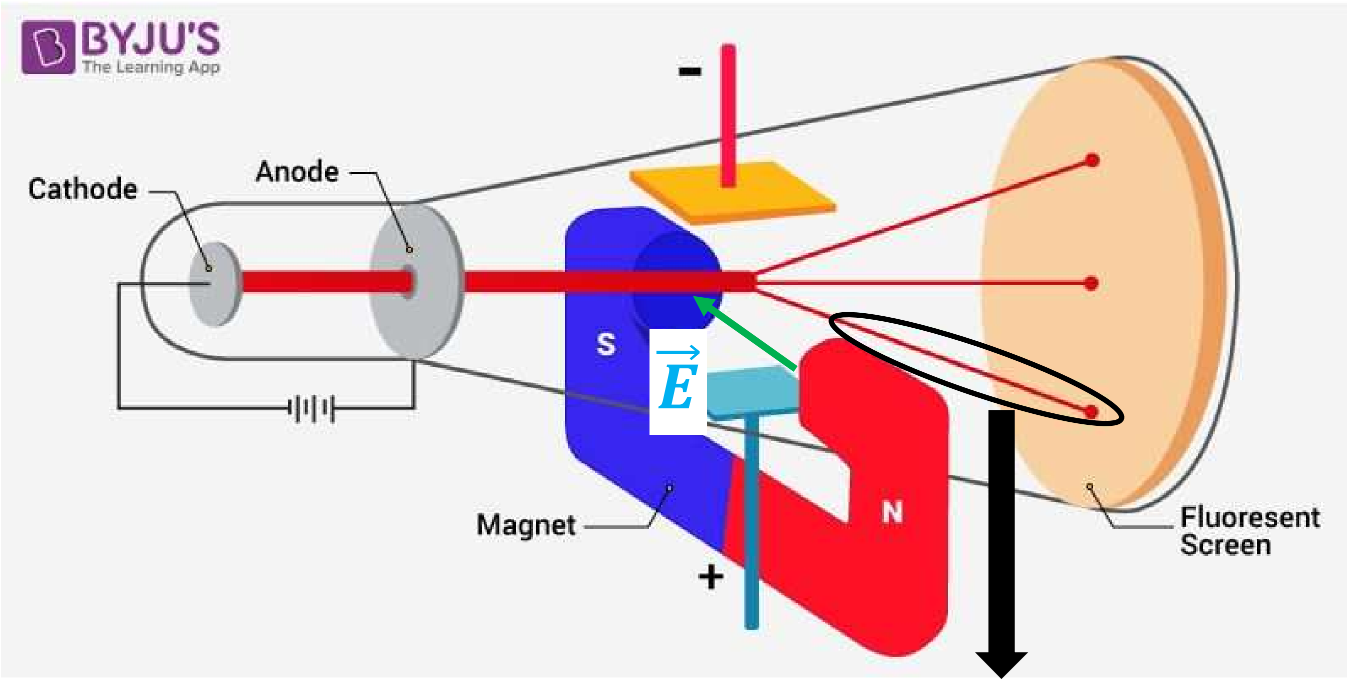
$$\overrightarrow{F_L} = \vec{0}$$

$$q.E + q.v.B = 0$$

$$\boxed{v = v_0 = -\frac{E}{B}}$$

On sait déterminer v_0!!!

On coupe le champ magnétique



On connait v_0 !

Thomson a pu déterminer le rapport $\frac{|q|}{m}$

$$y_{écran} = -\frac{|q|.U_{21}}{m.L'}.\frac{D}{v_0^2}.\left(\frac{D}{2}+D'\right)$$

Pourquoi c'est remarquable?

Le rapport $\frac{q}{m}$ est indépendant du métal utilisé à la cathode: c'est donc toujours la même particule que l'on voit passer!

➔ **Il existe donc une particule présente un peu partout. C'est la première mise en évidence de l'électron.**

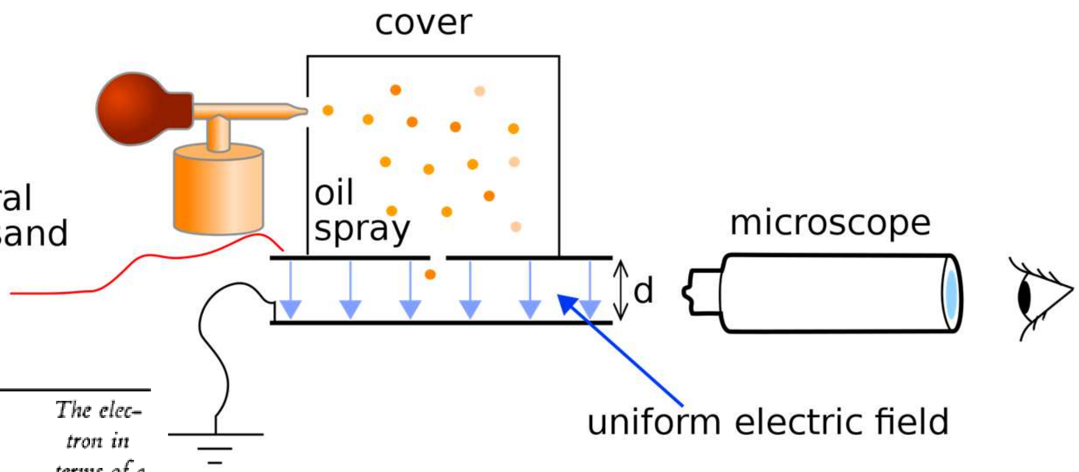
Le rapport $\frac{q}{m}$ est environ 2000 fois plus grand pour l'ion H^+.

➔ **La particule est 2000 fois plus chargée que H^+ ou 2000 fois moins massive?**

J.J. Thomson
Prix Nobel 1906

Comment séparer la charge de la masse?

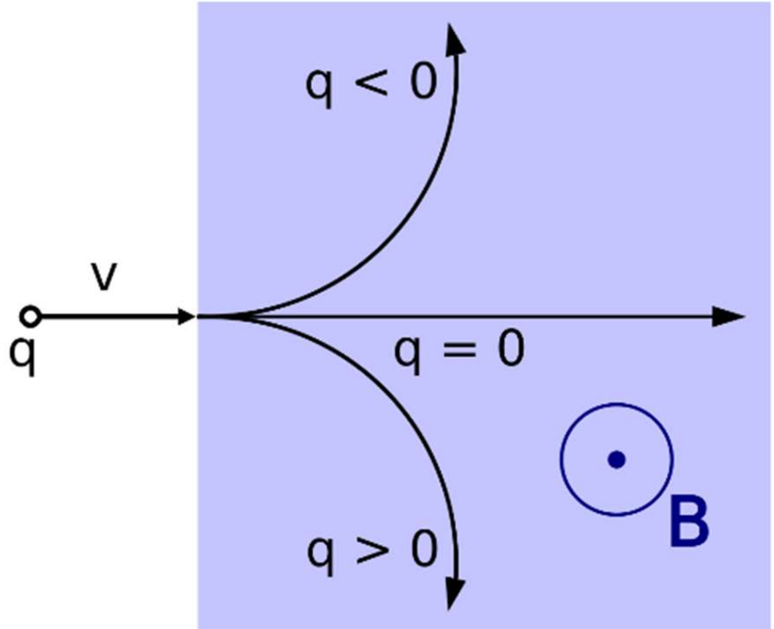
Expérience de la goutte d'huile de Millikan (1909)



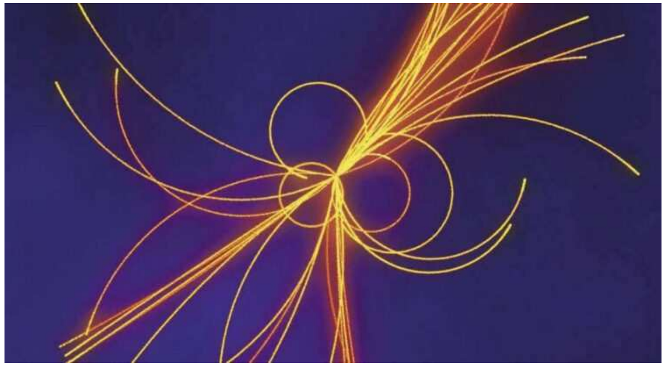
Time of fall 1.303 cm under gravity (sec)	*Time of rise 1.303 cm in field (sec)*	*Mean times of rise in field (sec)*	*Divisors for speeds due to field*	*The electron in terms of a speed*
120.8	26.2			
121.0	11.9			
121.2	16.5	67.73	1	3.007
120.1	16.3	26.40	2	3.009
120.2	26.4	16.50	3	2.993
119.8	67.4	11.90	4	3.008
120.1	26.6			
—	16.6			
120.2	16.6	*Mean time*		
—	16.4	*of fall under*		
120.2	68.0	*gravity*		
119.9	67.8	120.35		
—	26.4			

Prix Nobel 1923

Et dans un champ magnétique seul? (avec $\vec{B} \perp \vec{v}$)



Analyse des trajectoires de particules dans les collisionneurs



Effet du champ $\vec{B}$

➔ **Bilan énergétique à savoir refaire.**

Pas de modification de l'énergie cinétique : mouvement uniforme.

+

Accélération centripète.

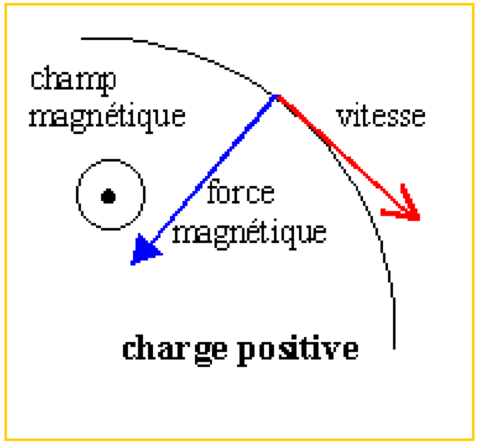
➔ **Mouvement circulaire uniforme**

Savoir-faire 2 - Déterminer le rayon de la trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique stationnaire et uniforme

On considère un proton de vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{u}_x$ dans une zone de champ magnétique $\vec{B} = B.\overrightarrow{u_z}$ stationnaire et uniforme. On admet que le mouvement reste dans le plan (O,$\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}$).

1. Quelle est la nature de la trajectoire ?
2. Déterminer le rayon de la trajectoire et la pulsation cyclotron.

Et dans un champ magnétique seul? (avec $\vec{B} \perp \vec{v}$)



Force de Lorentz :

$$\overrightarrow{F_{L,m}} = q.\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$
$$= q.\left(v.\overrightarrow{u_t} \wedge B.\overrightarrow{u_z}\right)$$
$$= q.v.B.\overrightarrow{u_n}$$

Repère de Frenet (mvt circulaire uniforme) :

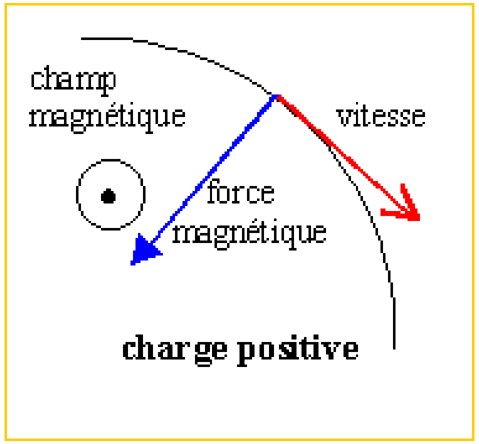
$$\overrightarrow{\mathrm{a_n}} = \frac{v^2}{R_c}.\overrightarrow{u_n} = R_c.\omega^2.\overrightarrow{u_n}$$

PFD

$$\frac{v^2}{R_c} = \frac{q.v.B}{m} \Rightarrow \boxed{R_c = \frac{m.v}{|q|.B}}$$

$$\omega = \frac{v}{R_c} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{|q|.B}{m}}$$

Et dans un champ magnétique seul? (avec $\vec{B} \perp \vec{v}$)



Repère de Frenet (mvt circulaire uniforme) :

$$\overrightarrow{\mathrm{a_n}} = \frac{v^2}{R_c}.\overrightarrow{u_n} = R_c.\omega^2.\overrightarrow{u_n}$$

Force de Lorentz :

$$\overrightarrow{F_{L,m}} = q.\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$
$$= q.\left(v.\overrightarrow{u_t} \wedge B.\overrightarrow{u_z}\right)$$
$$= q.v.B.\overrightarrow{u_n}$$

PFD

$$\frac{v^2}{R_c} = \frac{q.v.B}{m} \Rightarrow \boxed{R_c = \frac{m.v}{|q|.B}}$$

$$\omega = \frac{v}{R_c} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{|q|.B}{m}}$$

Définition : Pulsation cyclotron

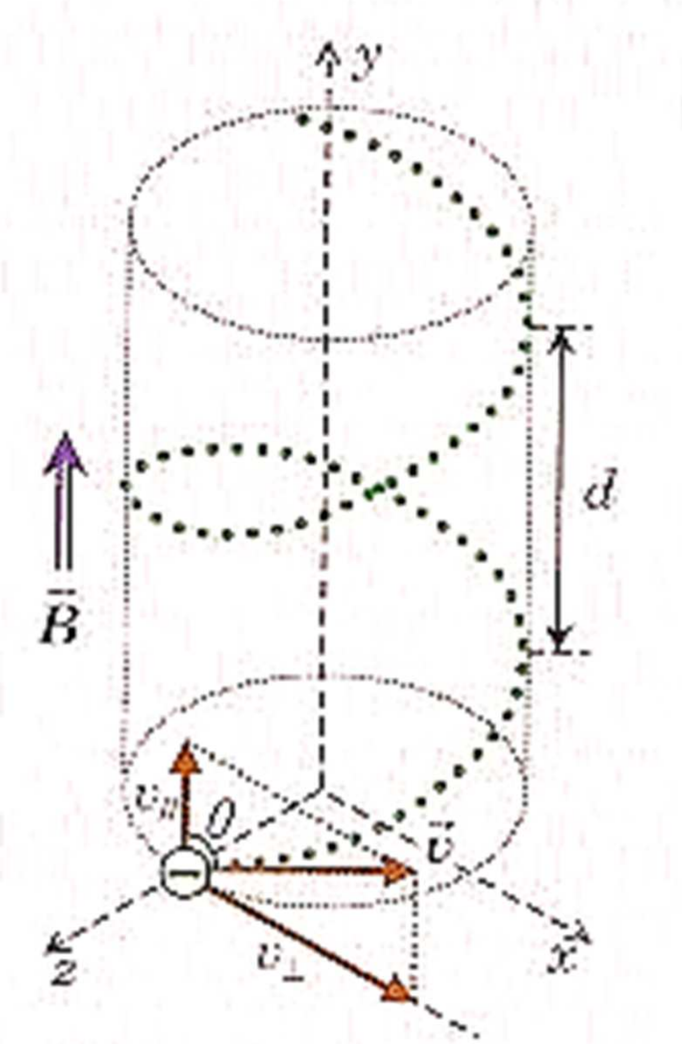
Dans les deux cas, la pulsation associée au mouvement (vitesse angulaire de la particule) vaut : $\boxed{\omega_c = \frac{|q|.B}{m}}$

On l'appelle la ***pulsation cyclotron***.

Le rayon de la trajectoire s'appelle le **rayon cyclotron** et vaut : $\boxed{R_c = \frac{m.v}{|q|.B}}$

En bonus (HP) :
mouvement avec $\vec{B}$ et $\vec{v}$ non colinéaires

Mouvement hélicoïdal



Applications
(voir TD)