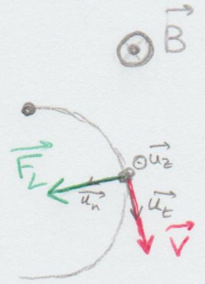
Exercice : Principe du cyclotron

Q1 : * système : {proton}
* référentiel : terrestre supposé galiléen
* bilan des forces (dans la partie avec $\vec{B}$)
  - poids : négligé
  - force de Lorentz (magnétique)

$$\vec{F_L} = e.\vec{v}\wedge\vec{B} = e.v.\vec{u_t}\wedge B.\vec{u_z} = evB\,\vec{u_n}$$



Mvt plan (admis)

↳ Dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \underbrace{\cancel{\frac{dv}{dt}}}_{=0 \text{ car } \mathcal{P}(\vec{F_L})=0}\vec{u_t} + \frac{v^2}{R_c}\vec{u_n}$

2ème loi de Newton : $\vec{a} = \frac{\vec{F_L}}{m} = \frac{evB}{m}\vec{u_n}$

$\Rightarrow \frac{v^2}{R_c} = \frac{e.v.B}{m}$

↳ $\boxed{R_c = \frac{m.v}{e.B}}$

Rayon cyclotron

⇒ La période cyclotron : $\boxed{T_c = \frac{2\pi.R_c}{v} = \frac{2\pi.m}{e.B}}$

⇒ La pulsation cyclotron : $\boxed{\omega_c = \frac{2\pi}{T_c} = \frac{e.B}{m}}$

Q2 : $R_{c_{max}} = r \Rightarrow \boxed{v_{max} = \frac{e.B.r}{m}}$ AN : $v_{max} = 4{,}8\times10^{7}\,m.s^{-1}$

$\boxed{E_{max} = \frac{1}{2}m.v_{max}^2}$ AN : $E_{max} = 1{,}9\times10^{-12}\,J \overset{\times\frac{1}{1{,}6.10^{-19}}}{=} 1{,}2.10^{7}\,eV$

↳ $E_{max} = 12\ GeV$

Q3 : On a déjà montré que la vitesse de sortie pour une particule accélérée entre deux plaques d'un condensateur vaut :

$$v_{sortie} = \sqrt{\frac{2.e.U}{m}} \Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{2}\frac{m}{e}.v_{sortie}^2}$$

AN : $U = 1{,}2\times10^{7}\,V$ ça fait beaucoup !!

(On peut aussi dire que l'énergie en sortie correspond à la variation d'énergie potentielle électrostatique $e.U$.)

Q4 : A chaque demi tour, l'énergie gagnée par le proton vaut $\Delta E = e.U_{max}$

Nombre de demi-tours nécessaire pour atteindre la sortie $= \frac{E_{max}}{\Delta E}$ AN : $1{,}2\times10^{3}$ demi-tours.

⇓

$6{,}0\times10^{2}$ tours

Durée du parcours $= T_c \times$ nbre de tours AN : $\Delta t = 3{,}9\times10^{-5}\,s$