Exercice 1bis : Des toboggans sous contrôle.

Q56 : On sait que l'altitude est proportionnelle à l'angle θ.

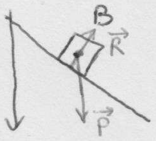
En $\theta = 0$, $z = 0$ et en $\theta_{arrivée} = 2{,}3 \times 2\pi$, $z_{arrivée} = h$

$$\Rightarrow \boxed{z = \frac{h}{2{,}3 \times 2\pi} \times \theta} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{h}{2{,}3 \times 2\pi} = 0{,}28\,m.rad^{-1}$$

Q57 * système : {baigneur$_B$}

* référentiel : terrestre, supposé galiléen (repère cylindrique $\vec{u_r}, \vec{u_\theta}, \vec{u_z}$)

* bilan des forces extérieures :



- poids $\vec{P} = +m.g.\vec{u_z}$ ← force conservative
- réaction du support $\vec{R}$ ← ⊥ trajectoire : $\vec{R}$ ne travaille pas
- Frottement négligés.

} système conservatif

D'après le théorème de l'énergie mécanique

$$E_m(\text{départ}) = E_m(\text{arrivée})$$

$$E_c(\text{départ}) + E_{pp}(\text{départ}) = E_c(\text{arrivée}) + E_{pp}(\text{arrivée})$$

$$0 + E_{pp}(\text{départ}) = \frac{1}{2} m.V_{arrivée}^2 + E_{pp}(\text{arrivée})$$

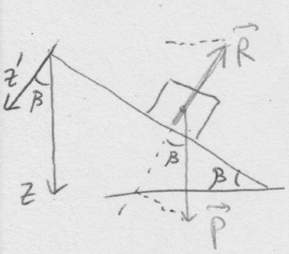
$$\Rightarrow \frac{1}{2} m.V_{arrivée}^2 = -\Delta E_{pp} = +mgh. \quad \left(\text{⚠ axe orienté vers le bas}\right)$$

$$\boxed{V_{arrivée} = \sqrt{2gh}}$$

AN : $V_{arrivée} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 4{,}0} = \underline{8{,}9\ m.s^{-1}}$

Q58 : Principe fondamental de la dynamique (système fermé) :

$$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}$$



avec $\beta = \arctan\left(\frac{h}{2{,}3 \times 2\pi \times R}\right)$

Sur z' : accélération nulle (contact maintenu entre le baigneur et le toboggan)

$$+P\cos(\beta) - R = 0 \Rightarrow R = \cos(\beta) \times P.$$

Sur z : $m.a_z = P - R\cos(\beta)$

$$\Rightarrow a_z = g\left(1 - \cos^2(\beta)\right)$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} \Rightarrow v_z(t) = g.\left(1 - \cos^2(\beta)\right).t + \underbrace{\cancel{v_z(0)}}_{=0}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} \Rightarrow z(t) = \frac{1}{2} g.\left(1 - \cos^2(\beta)\right).t^2 + \underbrace{\cancel{z(0)}}_{=0}$$

conditions initiales.

$$z(\underbrace{t_p}_{\text{temps de parcours}}) = h \Rightarrow \boxed{t_p = \sqrt{\frac{2h}{g\left(1 - \cos^2(\beta)\right)}}}$$

AN : $t_p = 6{,}6\,s$

$$\Rightarrow \boxed{t_f = t_p + t_m = 11{,}6\,s}$$