

Devoir de Physique-Chimie n°6

Durée : 4 heures

Calculatrice autorisée

Ce sujet comporte 5 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité.

L'énoncé est constitué de 10 pages.

Consignes générales

- Lire la totalité de l'énoncé et commencer par les exercices les plus abordables.
- Un résultat d'une question précédente peut être admis pour poursuivre l'exercice.

Présentation de la copie

- **Encadrer** les expressions littérales et souligner les résultats numériques.
- **Numéroter les pages** sous la forme x/nombre total de pages.

Rédaction

- Faire des **schémas** grands, beaux, complets, lisibles.
- Justifier toutes vos réponses.
- Les **relations** doivent être **homogènes**.
Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.
- Applications numériques : nombre de chiffres significatifs adapté et avec **une unité**. Les résultats sans la bonne unité ne seront pas pris en compte.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1 : Étude du Large Hadron Collider du CERN

Le Grand Collisionneur de Hadrons (Large Hadron Collider ; LHC) est entré en fonctionnement en 2008. Il est situé dans un anneau de 27 kilomètres de circonférence et enterré à 100 m sous terre à la frontière franco-suisse, près de Genève. Le LHC est désormais le plus puissant des accélérateurs de particules au monde.

Le site du CERN, dans les environs de Genève est représenté sur la figure ci-contre. Le grand cercle représente la position du tunnel du LHC.

Dans les accélérateurs de particules, des protons (ou des ions) de très haute énergie circulant dans deux faisceaux tournant à contre-sens se choquent les uns contre les autres, dans le but de rechercher des indices de la supersymétrie, de la matière noire et de l'origine de la masse des particules élémentaires.

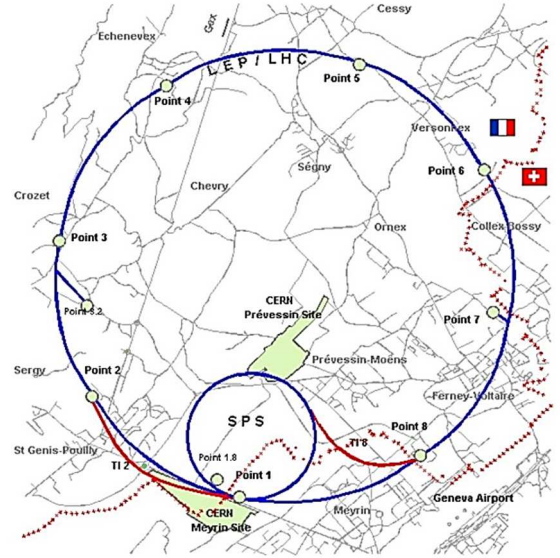
Dans ce problème, nous étudions la trajectoire des protons dans le Large Hadron Collider. Le LHC est formé d'une succession d'accélérateurs, d'énergies toujours croissantes. Chaque accélérateur injecte un faisceau dans la machine suivante, qui prend le relais pour porter ce faisceau à une énergie encore plus élevée, et ainsi de suite. Tous les accélérateurs de particules sont composés de la même façon : une source de particules, des champs électriques accélérateurs, des champs magnétiques de guidage et finalement des détecteurs pour observer les particules et leurs collisions.

Données :

- masse du proton : $m_p = 1,6 \times 10^{-27}$ kg
- masse de l'électron : $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg
- charge électrique élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C
- énergie : $1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}$ J

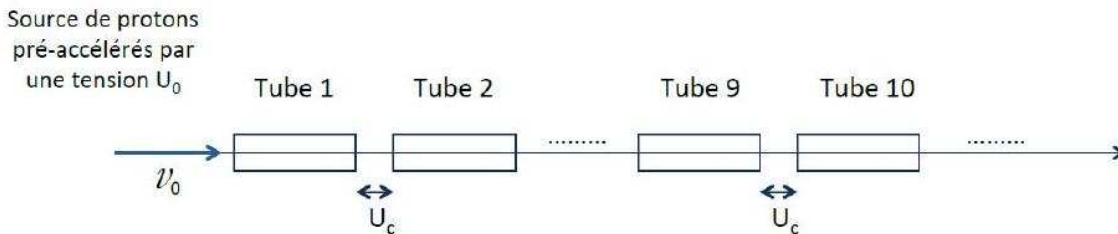
1. Particule dans un champ électrique constant uniforme

- Q1.** Quelle est la force que subit un proton plongé dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme \vec{E} ?
- Q2.** Montrer que l'on peut négliger le poids du proton devant la force générée par un champ de norme $E = 100\text{kVm}^{-1}$. On prendra $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$.
- Q3.** En utilisant la deuxième loi de Newton appliquée à un proton, exprimer l'accélération que ressent un proton dans une zone de l'espace où règne un champ électrique uniforme \vec{E} .
- Q4.** La zone de l'espace où règne le champ \vec{E} a une longueur L . Ce champ est créé en appliquant une différence de potentiel $V_L - V_0$ à deux grilles situées en $x = 0$ et en $x = L$. En considérant que le potentiel V_0 du plan $x = 0$ est nul, exprimer le potentiel V_L du plan $x = L$ en fonction de E et L .
- Q5.** En supposant que le proton entre dans la zone de champ avec une énergie cinétique négligeable, exprimer l'énergie cinétique du proton sortant de la zone d'accélération, en fonction de E puis de V_L .



2. Un accélérateur linéaire de particules : le Linac 2

L'accélérateur linéaire 2 (Linac 2) constitue le point de départ des protons utilisés dans les expériences menées au CERN. Les protons passent dans une série de conducteurs métalliques coaxiaux. On considère que le champ est nul à l'intérieur des conducteurs. Ces protons sont accélérés par une tension maximale U_c toutes les fois qu'ils passent d'un tube à l'autre. On considérera que la distance entre deux tubes est négligeable par rapport à la longueur des tubes. Les protons sont injectés en O avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$ parallèle à l'axe de l'accélérateur et générée par une tension pré-accelératrice U_0 .



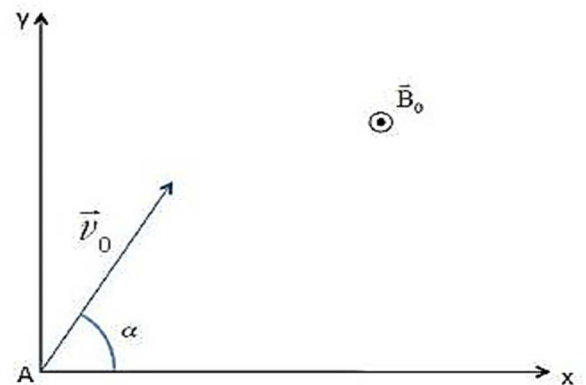
- Q6.** Quel est l'accroissement d'énergie cinétique de ces protons au passage entre deux tubes voisins ?
- Q7.** Exprimer leur énergie cinétique à la sortie du n -ième tube en fonction de n , U_c et U_0 .
- Q8.** Calculer la valeur de la vitesse des protons à la sortie du 10^e tube pour $U_0 = 200\text{kV}$, $U_c = 2000\text{kV}$.
- Q9.** Sachant qu'une particule est considérée comme relativiste lorsque sa vitesse atteint le tiers de la vitesse de la lumière, ces protons sont-ils relativistes ?

3. Du linac 2 au synchrotron à protons (PS)

Un élément fondamental du complexe accélérateur est le synchrotron à protons (PS). Pendant une courte période de l'histoire des grands instruments, le PS a été l'accélérateur produisant les plus hautes énergies du monde.

Aujourd'hui, il sert principalement à alimenter le LHC. On considère un proton injecté au point A dans le synchrotron où règne un champ magnétique statique et uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$.

À $t = 0$, sa vitesse \vec{v}_0 est perpendiculaire au champ magnétique conformément à la figure ci-contre.



- Q10.** Donner le nom et l'expression vectorielle de la force que subit le proton soumis au champ magnétique \vec{B}_0 . Pour les questions suivantes, on considère que le proton n'est soumis qu'à cette force.
- Q11.** Reproduire la figure ci-dessus sur votre copie afin de représenter la force magnétique subie par le proton en A . Exprimer la norme de cette force.
- Q12.** Montrer que le travail associé à cette force est nul. En déduire que le mouvement du proton est uniforme.
- On admet que la trajectoire du proton est circulaire.
- Q13.** Exprimer le rayon de la trajectoire en fonction de m_p , B_0 , e et v_0 .
- Q14.** Quelle est la nature du mouvement du proton après sa sortie de la zone de champ magnétique ?

Exercice 2 : Toboggan aquatique

Un toboggan aquatique est un type de toboggan dans lequel un mince filet d'eau assure un glissement du passager avec de faibles frottements. Il en existe de diverses formes, et ce problème propose d'étudier leur dimensionnement.

1. Étude d'un toboggan rectiligne

On s'intéresse à un toboggan rectiligne, comme celui de la figure 1. La différence de hauteur entre le point de départ et le point d'arrivée est noté h , et le passager démarre en haut (au point A) avec une vitesse initiale nulle. On note g l'intensité de pesanteur et m la masse du passager. On note v_B la vitesse du passager à l'arrivée (au point B).

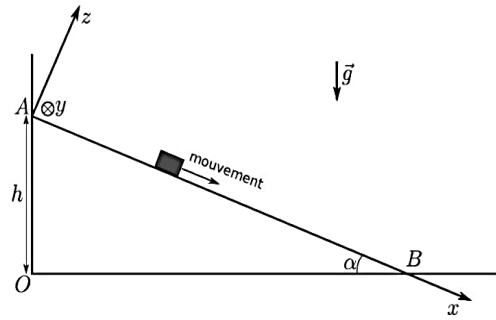


Figure 1. Gauche : photographie du toboggan "le géant" du parc de Wavelstrand. Pour ce toboggan, qui est le plus haut de France, $h = 33 \text{ m}$ et $\alpha \simeq 45^\circ$.
Droite : modélisation retenue pour l'étude du toboggan.

Dans un premier temps, on néglige tout frottement.

Q1. Déterminer la vitesse atteinte au point B par le passager, en fonction de h et g .

On admet que l'application numérique donne $v_B = 92 \text{ km h}^{-1}$.

Q2. Ce résultat dépend-il de la forme du toboggan, à h constant ?

On prend maintenant en compte les frottements solides. On utilisera le repère cartésien indiqué sur la figure 1 (droite), avec \vec{u}_x, \vec{u}_y et \vec{u}_z les vecteurs unitaires de la base. Le mouvement a lieu selon \vec{u}_x seulement.

La résultante exercée par le toboggan sur le passager s'écrit :

$$\vec{R} = N\vec{u}_z - T\vec{u}_x$$

où $T > 0$ représente les frottements. On utilise la loi de Coulomb : tout au long du mouvement, on a la relation $T = \mu N$ avec μ une constante positive appelée coefficient de frottement.

On suppose l'inclinaison du toboggan suffisant pour qu'il y ait du mouvement.

Q3. Établir l'expression de N en fonction m, g et de l'angle α .

Q4. Exprimer le travail de la force \vec{R} , pour le mouvement entre les points A et B , d'abord en fonction de la longueur AB et de T . Dans un second temps en fonction de μ, h, m, g et de l'angle α .

Q5. À l'aide de ce qui précède, établir l'expression de la vitesse atteinte par le passager en B , en fonction de μ, h, g et de l'angle α .

Q6. La figure 2 montre un tracé de l'expression précédente de v_B en fonction de μ . La direction du parc d'attraction indique que la vitesse maximale atteinte dans son toboggan est de 80 km/h . En déduire une estimation de la valeur du coefficient de frottement passager-toboggan.

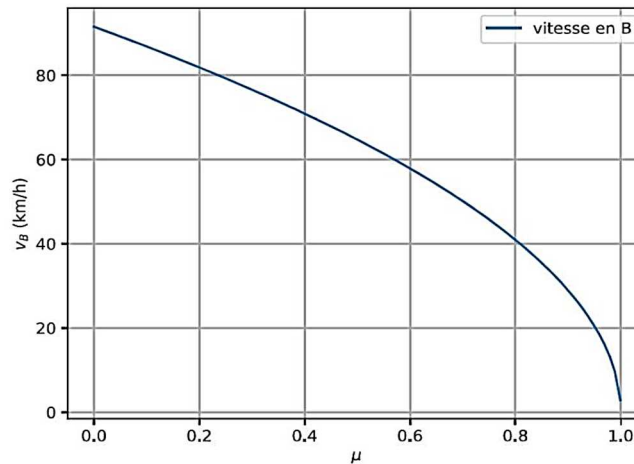


Figure 2 : tracé de l'expression de v_B obtenue dans l'énoncé en fonction du coefficient de frottement μ , pour $\alpha = 45^\circ$.

En bas du toboggan se trouve une longue piste horizontale, dans laquelle le passager va ralentir jusqu'à atteindre une vitesse nulle. On souhaite dimensionner la longueur de cette piste.

Q7. À l'aide des données précédentes, indiquer quelle doit être la longueur L de la piste. On attend une expression et une valeur numérique.

2. Étude d'un virage

On s'intéresse maintenant à un toboggan possédant un virage. Il est d'abord nécessaire d'établir quelques résultats préliminaires.

Préliminaire : étude des oscillations dans une cuvette

Cette sous-partie est indépendante du reste.

On considère une masse m (point M) astreinte à glisser dans une cuvette de rayon a . Le mouvement a lieu dans le plan Oxy de la figure 3. On néglige tout frottement. On note \vec{g} le vecteur pesanteur et g sa norme. On utilise les coordonnées polaires représentées sur la figure 3, avec les vecteurs \vec{e}_r et \vec{e}_θ .

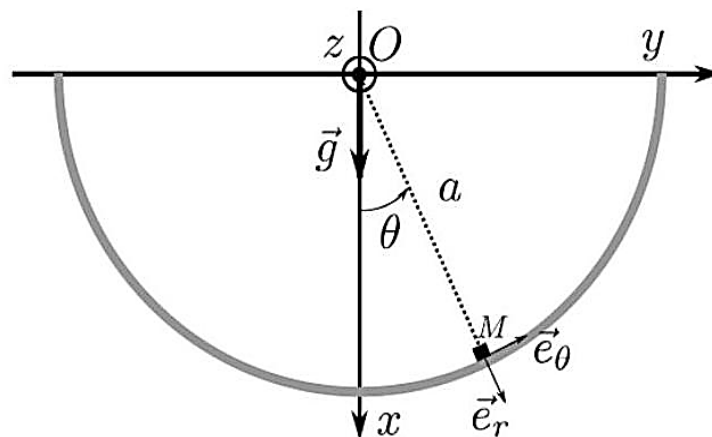


Figure 3 : le point M glisse sans frottement le long d'un support cylindrique (arc de cercle grisé). Il n'y a pas de mouvement selon Oz .

Q8. Définir ce qu'est un référentiel.

Q9. Exprimer le vecteur position, le vecteur vitesse et le vecteur accélération de M dans la base polaire.

Q10. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ s'écrit :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{a} \sin(\theta) = 0$$

- Q11.** À quelle condition portant sur θ , l'équation précédente peut-elle être assimilée à l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique ?
- Q12.** En considérant l'hypothèse de la question précédente, résoudre l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$. On supposera qu'initialement $\theta(0) = \theta_0 > 0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$.
- Q13.** Tracer l'allure de la solution $\theta(t)$. On fera apparaître les valeurs maximales et minimales atteintes.
- Q14.** Toujours sous l'hypothèse précédente, donner l'expression de la période des oscillations en fonction de a et de g .

Retour au cas du virage dans le toboggan

On étudie un cas où le passager du toboggan arrive avec une vitesse v_0 à l'entrée d'un virage de rayon R_0 . Le toboggan a une forme de gouttière, et l'effet du virage va être de faire monter le passager le long de la gouttière. La question est de savoir jusqu'où il va monter : il faut en effet dimensionner la gouttière pour que le passager ne soit pas éjecté !

On suppose le virage horizontal. On repère par θ la position angulaire du passager dans un plan (Oxy) représenté figure 4. On se place dans l'approximation où ce plan (Oxy) , qui se déplace avec le passager, le fait avec une vitesse v_0 qui reste constante. Les informations importantes pour la suite du problème sont les suivantes :

Il est possible de mener l'étude dans le plan (Oxy) uniquement (figure 4, droite).

Le référentiel dans lequel le plan (Oxy) est fixe peut être considéré comme galiléen, à condition d'ajouter au bilan des forces qui s'exercent sur le passager une force supplémentaire (parfois appelée force « centrifuge ») qui s'écrit $\vec{F} = \frac{mv_0^2}{R_0} \vec{e}_y$.

Dans le référentiel du plan (Oxy) , alors considéré galiléen, le passager est donc soumis à son poids \vec{P} , à \vec{F} , et à la réaction normale \vec{N} du toboggan (on néglige tout frottement).

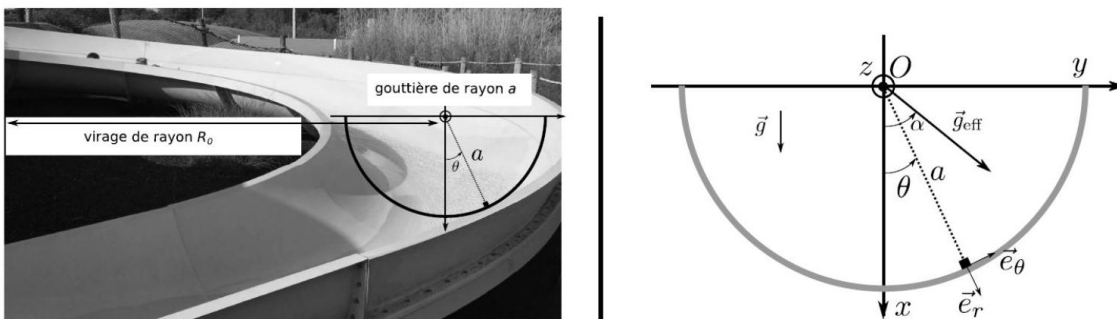


Figure 4. Gauche : photographie d'un virage. Droite : repère dans le plan de la gouttière.

- Q15.** Montrer que la somme des forces qui s'exercent sur le passager s'écrit : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{N} = m\vec{g}_{\text{eff}} + \vec{N}$ avec \vec{g}_{eff} une pesanteur « effective » dont on donnera la norme en fonction de g, R_0 et v_0 .
- Q16.** Donner également l'expression de l'angle α entre g_{eff} et l'axe (Ox) , en fonction de g, R_0 et v_0 .
- Par exemple, si $v_0 = 25 \text{ km h}^{-1}$ et $R_0 = 4,0 \text{ m}$, on obtient $\|\vec{g}_{\text{eff}}\| = 15,5 \text{ m s}^{-2}$ et $\alpha = 51^\circ$. On se place dans ce cas dans la suite.
- Q17.** Le passager entre dans le virage avec $\theta(0) = 0$. En utilisant une analogie avec les questions de la partie préliminaire, indiquer entre quelles valeurs extrêmes va varier θ dans la suite du mouvement. Il n'est pas nécessaire de faire des calculs compliqués pour répondre à cette question.
- Q18.** Conclure alors sur le dimensionnement de la gouttière dans le cas proposé.

Exercice 3 : Le nickel

Le nickel est fréquemment utilisé pur ou en alliage. Il cristallise selon une structure cubique à faces centrées.

Données :

- La masse volumique du nickel est de : $\rho(\text{Ni}) = 8,90 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$;
- La masse molaire du nickel est de : $M(\text{Ni}) = 58,7 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Nombre d'Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Q1. Représenter la maille conventionnelle du nickel.

Q2. Déterminer la population de cette maille.

Q3. Exprimer la masse volumique du nickel en fonction du paramètre de maille et des données. En déduire le paramètre de maille a .

On admet que $a = 352 \text{ pm}$.

Q4. Déterminer le rayon métallique du nickel.

Le nickel peut former des alliages.

Q5. Indiquer la position, dans la maille, des sites interstitiels octaédriques dans lesquels un atome quelconque pourrait se placer.

Q6. Exprimer en fonction du rayon métallique du nickel, puis calculer, la taille maximale du rayon d'un atome susceptible de se placer dans ces sites sans induire de distorsions. Faire l'application numérique.

L'alliage de fer et de nickel est appelé ferronickel.

Le rayon métallique du fer est $r_{\text{Fe}} = 124,1 \text{ pm}$.

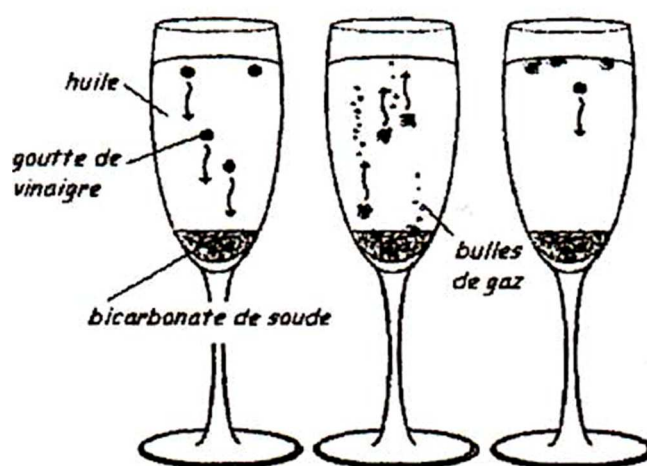
Q7. Indiquer si le ferronickel est un alliage de substitution ou d'insertion, justifier.

Exercice 4 : Quand un acide rencontre une base

Une expérience instructive, très simple à réaliser, consiste à disposer du bicarbonate de soude au fond d'une flûte à champagne, puis à y ajouter délicatement de l'huile végétale claire et, au-dessus, du vinaigre (voir ci-dessous) :

[...] le vinaigre pénètre dans l'huile en formant des gouttelettes qui descendent au fond du verre. Puis, à peine touchent-elles le fond qu'elles remontent jusqu'à la surface, avant de redescendre à nouveau ... Il faut attendre cinq bonnes minutes avant que cette danse ne s'arrête !... » « Au bout du voyage, les gouttes entrent en contact avec le bicarbonate de soude. Cela provoque une réaction chimique qui conduit à une émission de dioxyde de carbone. Rapidement, le gaz ainsi créé s'agrège en bulles qui s'accrochent sur les gouttelettes de vinaigre. Le volume de ces bulles augmente jusqu'à ce qu'elles remontent, entraînant avec elles les gouttelettes. Une fois arrivées à la surface, les bulles éclatent. Résultat : débarrassées des bulles les petites gouttes de vinaigre redescendent dans l'huile. Et le manège recommence, jusqu'à disparition du vinaigre.

D'après Alain Schuhl dans Science et Vie Junior N°165 juin 2003



L'étude de la transformation chimique entre le bicarbonate de soude et le vinaigre fait l'objet cet exercice.

1. Etude du vinaigre

Le vinaigre est une solution aqueuse d'acide acétique de formule CH_3COOH . On mesure le pH d'une solution diluée.

Le pH vaut 3,40 et la concentration de la solution diluée est $1,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données :

- Pour le couple acido-basique $\text{CH}_3\text{COOH} / \text{CH}_3\text{COO}^-$, $\text{pK}_a = 4,75$
- On admet que la conductivité σ d'une solution ionique est fonction des concentrations molaires $[M^+]$ et $[X^-]$ des ions M^+ et X^- et de leurs conductivités molaires ioniques $\lambda(M^+)$ et $\lambda(X^-)$ selon la loi :

$$\sigma = \lambda(M^+) \cdot [M^+] + \lambda(X^-) \cdot [X^-]$$

Les unités sont celles du système SI : conductivité en $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$; concentrations molaires en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ et conductivité molaires ioniques en $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

- Valeurs des conductivités molaires ioniques :

$$\lambda(\text{H}_3\text{O}^+) = 35,0 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} ; \quad \lambda(\text{CH}_3\text{COO}^-) = 4,09 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$$

- Q1.** Ecrire l'équation modélisant la réaction chimique entre l'acide acétique et l'eau.
- Q2.** Donner l'expression littérale de la constante d'équilibre associée à cette réaction. Calculer sa valeur numérique.
- Q3.** Etablir le tableau d'avancement de la réaction. Calculer le taux d'avancement de celle-ci. Conclure.
- Q4.** On mesure la conductivité de la solution diluée d'acide acétique et on trouve $\sigma = 15,5 \cdot 10^{-3} \text{ S.m}^{-1}$. Retrouver la valeur de son pH.

2. Etude de la réaction

Données et rappels :

- Température absolue T : elle se mesure en kelvins (K) et vaut $T = 273 + \theta$, θ étant la température exprimée en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$).
- La constante R vaut $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.
- On donne les masses molaires : $M(\text{NaHCO}_3) = 84 \text{ g.mol}^{-1}$ et $M(\text{CH}_3\text{COOH}) = 60 \text{ g.mol}^{-1}$.
- Couples acido-basiques :
On donne le pKa du couple acide acétique / ion acétate vaut $\text{pKa} = 4,75$.
Celui du couple $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O} / \text{HCO}_3^-$ vaut $\text{pKa} = 6,35$

On considère la réaction chimique correspondant à la transformation qui a lieu lorsque la gouttelette de vinaigre touche le bicarbonate de soude solide se trouvant au fond du verre.

Le « bicarbonate de soude » du commerce est en réalité de l'hydrogencarbonate de sodium $\text{NaHCO}_3(\text{s})$. Le vinaigre est une solution aqueuse d'acide acétique $\text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq})$.

- Q5.** Ecrire l'équation de la réaction chimique étudiée.
- Q6.** Calculer la quantité de matière à l'état initial correspondant à 1,00 g d'hydrogencarbonate de sodium.

La quantité de matière d'acide acétique à l'état initial contenue dans une goutte de vinaigre, de volume $V = 3,7 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3$, est égale à $3,7 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$.

- Q7.** Etablir le tableau d'avancement de la réaction. En déduire l'avancement maximal et le réactif limitant.

Dans les conditions de l'expérience, la pression est $P = 1020 \text{ hPa}$ et la température vaut $\theta = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Le volume total de gaz dégagé par la réaction, dans les conditions de l'expérience, vaut 0,89 mL.

- Q8.** Déterminer la valeur numérique de l'avancement final ξ_f de cette réaction.
- Q9.** Calculer le taux d'avancement final τ_f de cette transformation et conclure.

Exercice 5 : Teneur en élément azote d'un engrais

(d'après banque PT2020)

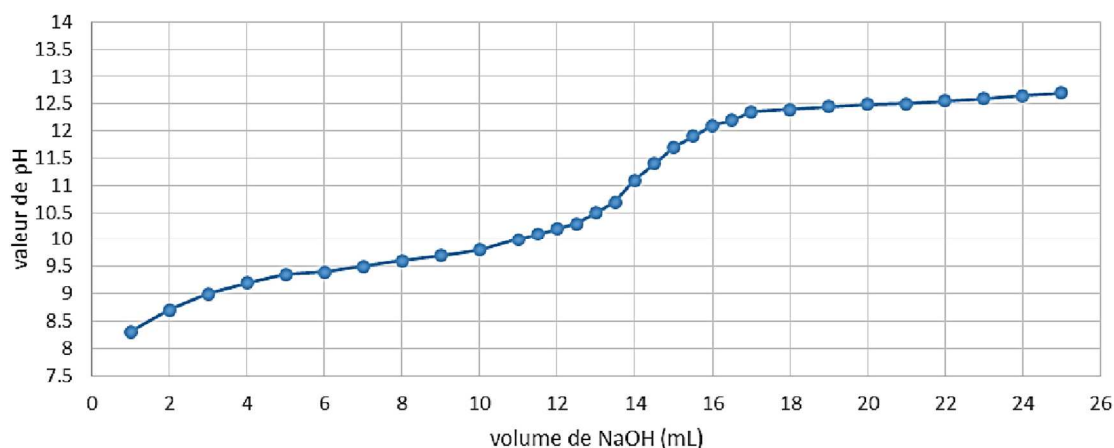
L'ammonitrate est un engrais azoté solide, bon marché, très utilisé dans l'agriculture. Il est vendu par sac de 500 kg et contient du nitrate d'ammonium $NH_4NO_{3(s)}$. Les indications fournies par le fabricant d'engrais sur le sac à la vente stipulent que le pourcentage en masse de l'élément azote N est de 34,4%.

Afin de vérifier l'indication du fabricant, on prépare une solution en dissolvant 6,00 g d'engrais dans une fiole jaugée de $V_0 = 250$ mL.

Puis on en prélève un volume $V_1 = 10,0$ mL que l'on introduit dans un bécher, et on dose les ions ammonium $NH_4^+(aq)$ présents dans ce bécher à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium $NaOH$ de concentration $c = 0,200$ mol.L⁻¹. À l'équivalence, le volume de soude ajouté V_E est de 14,0 mL.

Données : pK_a du couple associé à NH_4^+ : 9,2 ; masse molaire de l'azote : $M = 14$ g/mol.

- Q1.** Le numéro atomique de l'azote N est $Z = 7$. Écrire sa structure électronique. Donner le schéma de Lewis de l'ammoniac NH_3 , et de l'ion ammonium NH_4^+ .
- Q2.** Le nitrate d'ammonium est très soluble dans l'eau. Écrire la réaction de dissolution correspondante.
- Q3.** L'ion ammonium $NH_4^+(aq)$ est-il un acide ou une base selon Brønsted ? Justifier la réponse et donner l'espèce conjuguée du couple.
- Q4.** Écrire l'équation de la réaction correspondant au titrage.
- Q5.** Déterminer la constante d'équilibre de cette réaction et en déduire que la réaction peut bien servir de support au titrage.
- Q6.** Faire le schéma annoté du montage utilisé pour le titrage.
- Q7.** La figure ci-après représente la courbe $pH = f(V)$, avec V le volume versé depuis la burette. Indiquer une méthode pour trouver le point d'équivalence. Donner les coordonnées de ce point.



- Q8.** Quelles sont toutes les espèces chimiques présentes dans le mélange réactionnel à l'équivalence ? Justifier le pH basique de la solution en ce point.
- Q9.** Donner la formule littérale permettant de calculer la quantité de matière d'ions $NH_4^+(aq)$ dans la fiole jaugée en fonction des données.
- Q10.** L'application numérique donne $7,00 \cdot 10^{-2}$ mol d'ions $NH_4^+(aq)$. En déduire la quantité de matière de nitrate d'ammonium présente dans cette fiole.
- Q11.** Calculer la masse d'azote (arrondie au gramme près) présente dans l'échantillon. Les indications du fabricant sont-elles correctes ?