

Exercice : Etude du LHC

Q1 : $\boxed{\vec{F}_e = e \cdot \vec{E}}$ (charge du proton = e)

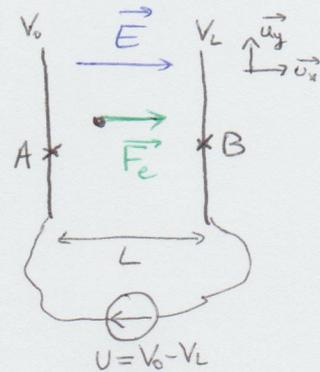
Q2 : • Avec $E = 100 \times 10^3 \text{ V.m}^{-1} \Rightarrow \|\vec{F}_e\| = e \cdot \|\vec{E}\| \rightarrow \text{AN: } \|\vec{F}_e\| = 1,6 \times 10^{-14} \text{ N}$
 • pour le proton: poids $\vec{P} = m_p \cdot g \rightarrow \text{AN: } \|\vec{P}\| = 1,6 \times 10^{-26} \text{ N}$

$\frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}_e\|} = 10^{-12} \ll 1 \Rightarrow$ Le poids du proton est négligeable devant la force \vec{F}_e .

- Q3 : • système : {proton}
 • référentiel : terrestre supposé galiléen
 • bilan des forces : $\vec{F}_e = e \cdot \vec{E}$
 poids \vec{P} : négligé.
 • Deuxième loi de Newton (système fermé) :

$m_p \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_e$

$\hookrightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{e \cdot \vec{E}}{m_p}}$



Q4 : $E = \frac{V_0 - V_L}{L} \Rightarrow \boxed{V_L = V_0 - E \cdot L}$ Avec $V_0 = 0 \Rightarrow \boxed{V_L = -E \cdot L}$

Q5 : Théorème de l'énergie cinétique appliqué au proton :

$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{F}_e) = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{F}_e$

$\hookrightarrow E_c(B) - E_c(A) = L \times e \cdot E$

Avec $E_c(A) = 0$: $\boxed{E_c(B) = L \cdot e \cdot E}$

puisque $E = \frac{-V_L}{L} \rightarrow \boxed{E_c(B) = -V_L \cdot e}$ $\Delta V_L < 0$

← La composante suivant \vec{u}_y de \vec{F}_e étant nulle, on ne considère que la composante suivant \vec{u}_x de \overrightarrow{AB} .

Q6 : D'après le théorème de l'énergie cinétique :

Entre 2 tubes: $\Delta E_c = W_{\overrightarrow{F_e}} = \overrightarrow{T_1 T_2} \cdot \overrightarrow{F_e} = T_1 T_2 \cdot e \cdot E = T_1 T_2 \cdot e \cdot \frac{U_c}{T_1 T_2}$

$\left\{ \begin{array}{l} T_1 \text{ Fin du tube 1} \\ T_2 \text{ début du tube 2} \end{array} \right.$

$\hookrightarrow \boxed{\Delta E_c = e \cdot U_c}$

Q7 : Avant le 1^{er} tube: $E_{c,0} = e \cdot U_0$

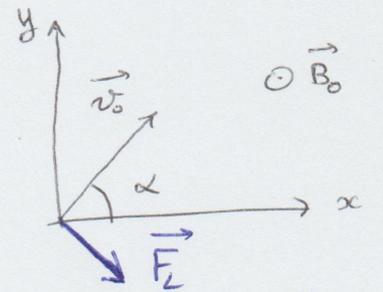
Accélération entre tube 1 et 2 : à la sortie du 2^{ème} tube: $E_{c,2} = e \cdot U_0 + e \cdot U_c$
 2 et 3 : $E_{c,3} = e \cdot U_0 + 2e \cdot U_c$
 3 et 4 : $E_{c,4} = e \cdot U_0 + 3e \cdot U_c$
 ⋮
 à la sortie du n^{ème} tube: $\boxed{E_{c,n} = e \cdot U_0 + (n-1)e \cdot U_c}$

Q8 : AN: $E_{c,10} = 1,6 \times 10^{-19} \times 200 \times 10^3 + 9 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6 = 2,9 \times 10^{-12} \text{ J}$

$\boxed{v_{10} = \sqrt{\frac{2 E_{c,10}}{m}}}$ AN: $v_0 = 6,0 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Q9 : $v_{10} < \frac{c}{3}$ ($6,0 \times 10^7 < \frac{3,0 \times 10^8}{3}$) \Rightarrow Ces protons ne sont pas relativistes.

Q10 : Force de Lorentz: $\overrightarrow{F_L} = q \cdot (\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B_0})$
 ici $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{0}$ donc $\boxed{\overrightarrow{F_L} = q \cdot \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B_0}}$ avec $q = e$ pour le proton

Q11 :  produit vectoriel implique:
 $\overrightarrow{F_L}, \overrightarrow{v_0}, \overrightarrow{B_0}$: base directe (règle de la main droite)
 $\|\overrightarrow{F_L}\| = e \cdot v_0 \cdot B_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = e \cdot v_0 \cdot B_0$
d'après le schéma $\overrightarrow{v_0} \perp \overrightarrow{B_0}$

Q12 : puissance fournie par la Force de Lorentz:
 $\mathcal{P}(\overrightarrow{F_L}) = \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{F_L} = \overrightarrow{v} \cdot q(\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B_0}) = 0$ car $\overrightarrow{v} \perp (\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B_0})$ par définition
 \hookrightarrow La Force ne travaille pas.

Théorème de la puissance cinétique:

$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}(\overrightarrow{F_L}) = 0 \Rightarrow E_c = \text{constante} \Rightarrow$ Norme de la vitesse = constante
 \Rightarrow Définition d'un mouvement uniforme

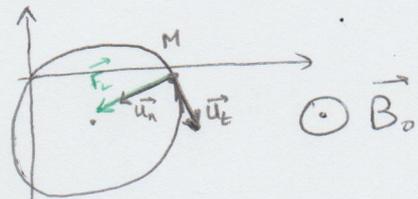
$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Q13:

- système : { proton }
- référentiel : terrestre supposé galiléen
- bilan des forces :

- poids négligé

- force de Lorentz : $\vec{F}_L = e(\vec{v} \wedge \vec{B}_0)$
 $= e \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} = evB_0 \vec{u}_n$



- 2^{ème} loi de Newton :

$$m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_L = e \cdot v \cdot B_0 \cdot \vec{u}_n$$

comparaison avec accélération dans la base de Frenet : $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_r + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$

par identification sur \vec{u}_n : $\frac{e \cdot v \cdot B_0}{m} = \frac{v^2}{R}$

$$\hookrightarrow \boxed{R = \frac{v \cdot m}{e \cdot B_0}}$$

Q14:

Après la sortie de la zone de champ magnétique, le proton devient un système quasi-isolé (poids négligé).

D'après le principe d'inertie, sa trajectoire est rectiligne et uniforme.