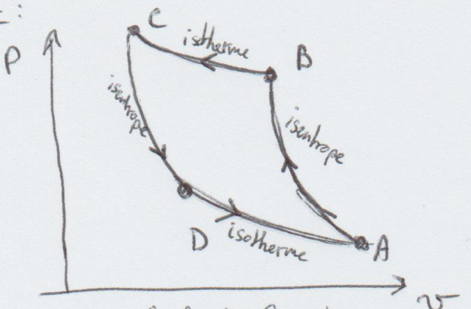
(T4) Exercice 1 :

Q1 :



Cycle de Carnot (récepteur)

Q2 : $e_c = \dfrac{Q_1}{W}$ ← fonctionnement en climatiseur : on veut refroidir la source froide.

or d'après le 1er principe $\Delta U = W + Q_1 + Q_2$ et $\Delta U = 0$ (cycle)

$\Rightarrow e_c = \dfrac{Q_1}{-(Q_1+Q_2)}$

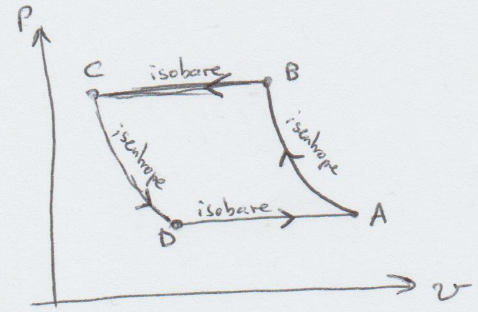
Inégalité de Clausius :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \xrightarrow[\text{réversible}]{\text{cycle de Carnot}} \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$$e_c = \frac{1}{-1 - \frac{Q_2}{Q_1}} = \frac{1}{-1 + \frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow \boxed{e_c = \frac{T_1}{T_2 - T_1}}$$

AN : $e_c = 20$.

Q3



Q4 :

$$\Delta S = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CD} + \Delta S_{DA} \overset{\text{cycle}}{=} 0$$

$$\Rightarrow 0 + n.C_{p,m} \ln\left(\frac{T_2}{T_1'}\right) + 0 + n.C_{p,m}.\ln\left(\frac{T_1}{T_2'}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{T_2.T_1}{T_1'.T_2'}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{T_2 T_1}{T_1' . T_2'} = 1}$$

AN : $T_2' = 270\,K$

Q5 : B → C : transformation isobare donc monobare :

1er principe : $\Delta H_{BC} = Q_2'$

2ème loi de Joule : $\Delta H_{BC} = n.C_{p,m}.(T_2 - T_1')$

$$\Rightarrow \boxed{Q_2' = n.C_{p,m}(T_2 - T_1')}$$

Q6 : D → A : transformation isobare donc monobare : même raisonnement

$$\Rightarrow \boxed{Q_1' = n.C_{p,m}.(T_1 - T_2')}$$

Q7 : 1er principe : $\Delta U = Q_1' + Q_2' + W \underset{\text{cycle}}{=} 0$ (pas de transferts thermiques sur AB et CD car transfo adiabatiques)

$$\Rightarrow \boxed{W = -(Q_1' + Q_2')}$$

Q8 : $\boxed{e = \dfrac{Q_1'}{W}}$

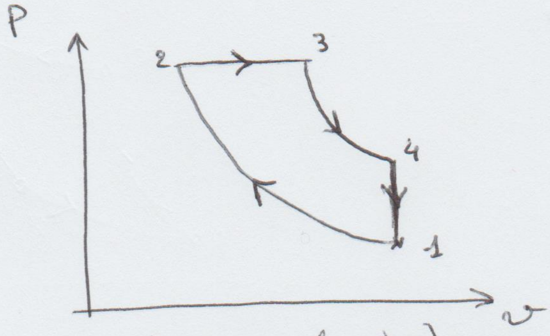
$$e = \frac{T_1 - T_2'}{-(T_2 - T_1' + T_1 - T_2')}$$

AN : $e = 6$

Exercice 2 : Moteur Diesel.

Q1 :

$\rho = \dfrac{V_1}{V_2}$



(sens horaire → cycle moteur)

Q2 : $V_2 = \dfrac{V_1}{\rho}$

Transfo 1 → 2 isentropique et gaz parfait

↳ loi de Laplace

- $P_1 V_1^{\gamma} = P_2 . V_2^{\gamma}$

↳ $\boxed{P_2 = P_1 \times \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}}$

<u>AN</u> : $P_2 = 57{,}2$ bar

- $T_1 \times V_1^{\gamma-1} = T_2 \times V_2^{\gamma-1}$

↳ $\boxed{T_2 = T_1 \times \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$

<u>AN</u> : $T_2 = 915$ K

Q3 : 2 → 3 : transformation isobare donc monobare :

1er principe : $\Delta H_{23} = m . q_c$

2ème loi de Joule : $\Delta H_{23} = m . c_p \times (T_3 - T_2)$

$\left.\right\}$ $\boxed{T_3 = \dfrac{q_c}{c_p} + T_2}$ <u>AN</u> : $T_3 = 2706$ K

<u>GP</u> : $\begin{cases} P_2 . V_2 = n.R.T_2 \\ P_3 . V_3 = n.R.T_3 \end{cases}$

transfo isobare $P_2 = P_3$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{V_3}{V_2} = \dfrac{T_3}{T_2}}$ <u>AN</u> : $\dfrac{V_3}{V_2} = 3.$

Q4 : Transfo 3 → 4 isentrope ⇒ loi de Laplace $T_3 . V_3^{\gamma-1} = T_4 . V_4^{\gamma-1}$

↳ $T_4 = T_3 \left(\dfrac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$

or $V_4 = V_1 \Rightarrow \dfrac{V_3}{V_4} = \dfrac{V_3}{V_1} = \dfrac{V_3}{V_2} \times \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{3}{18}$

$\Rightarrow \boxed{T_4 = T_3 . \left(\dfrac{V_3}{V_2} \times \dfrac{1}{\rho}\right)^{\gamma-1}}$

<u>AN</u> : $T_4 = 1322$ K.

Q5 : Transfo 4 → 1 isochore

↳ $W_{41} = 0$

1ère principe : $\Delta U_{41} = Q_f + \cancel{W_{41}} = m . q_f$

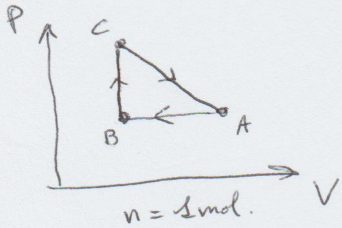
1ère loi de Joule $\Delta U_{41} = m . c_v (T_1 - T_4)$

$\left.\right\}$ $\boxed{q_f = c_v . (T_1 - T_4)}$ <u>AN</u> : $q_f = -742$ kJ.kg^{-1}

Q6 : $\eta = \dfrac{-W}{Q_c} = \dfrac{(Q_c + Q_F)}{Q_c} = 1 + \dfrac{Q_F}{Q_c} \Rightarrow \boxed{\eta = 1 + \dfrac{q_F}{q_c}}$

AN : $\eta = 0{,}59$

Exercice 3 : **Q1** : Sens horaire sur le diagramme de Watt $\Rightarrow$ cycle moteur.



$$\boxed{\eta = \frac{-W}{Q_c}}$$

$A \rightarrow \begin{cases} P_A = P_0 \\ V_A = 2V_0 \\ T_A = \frac{2V_0P_0}{nR} \end{cases}$

$B \rightarrow \begin{cases} P_B = P_0 \\ V_B = V_0 \\ T_B = \frac{P_0V_0}{n.R} \end{cases}$

$C \rightarrow \begin{cases} P_C = 2P_0 \\ V_C = V_0 \\ T_C = \frac{2P_0V_0}{nR} \end{cases}$ ⚠ $\boxed{T_C = T_A}$

$A \rightarrow B$: isobare
$$\begin{cases} W_{AB} = -P_0(V_B - V_A) = P_0.V_0 \\ Q_{AB} = \Delta U_{AB} - W_{AB} = C_V.(T_B - T_A) - P_0V_0 = -P_0V_0\left(\frac{C_V}{nR}+1\right) \end{cases}$$
⚠ $Q_{AB} < 0$

$B \rightarrow C$: isochore
$$\begin{cases} W_{BC} = 0 \\ Q_{BC} = \Delta U_{BC} - W_{BC} = C_V.(T_C - T_B) = C_V.\frac{P_0.V_0}{n.R} > 0 \end{cases}$$

$C \rightarrow A$:
$$\Delta U_{C\rightarrow A} = C_V.(T_A - T_C) = 0$$
$$W_{C\rightarrow A} = -\int_{V_C}^{V_A} P_{ext}.dV \underset{\uparrow}{=} -\int_{V_C}^{V_A} P.dV \overset{\downarrow}{=} -\left(P_0.V_0 + \frac{P_0V_0}{2}\right) = -\frac{3}{2}.P_0.V_0$$

pression définie à tout instant
↳ succession d'état d'équilibre.

graphiquement ou on exprime $P = f(V)$ d'après le cycle.

$$Q_{C\rightarrow A} = \Delta U_{C\rightarrow A} - W_{C\rightarrow A} = \frac{3}{2}P_0.V_0$$

Sur le cycle : • $W_{cycle} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = P_0.V_0 + 0 - \frac{3}{2}P_0.V_0 = -\frac{P_0.V_0}{2} < 0$

c'est bien un cycle moteur

• Chaleur absorbée : (ce qui nous a coûté) $Q_c = Q_{BC} + Q_{CA} = C_V.\frac{P_0V_0}{n.R} + \frac{3}{2}P_0.V_0$

or $C_V = n.\frac{3}{2}.R$

↳ $Q_c = 3.P_0.V_0$

$$\Rightarrow \eta = \frac{\frac{P_0.V_0}{2}}{3P_0.V_0} = \frac{1}{6} = \underline{17\%}$$

Exercice 4 : Moteur Stirling

gaz parfait : $P.V = n.R.T$

$\Rightarrow P = \dfrac{n.R.T}{V}$

⚠ unité !

$n = 33\,\text{mmol}$

A : V_A, $T_A = T_f$ $\xrightarrow{\text{isochore}}$ **B** : $V_B = V_A$, $T_B = T_{chaud}$

B $\xrightarrow{\text{isotherme à } T_{chaud}}$ **C** : $V_C = 1{,}2\,V_A$, $T_C = T_B = T_{chaud}$

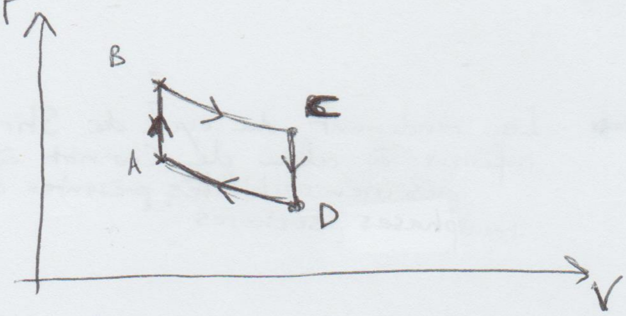
C $\xrightarrow{\text{isochore}}$ **D** : $V_D = V_C = 1{,}2\,V_A$, $T_D = T_f$

D $\xrightarrow{\text{isotherme à } T_f}$ **A**

état	A	B	C	D
température	$T_f = 293\,K$	$T_c = 373\,K$	$T_c = 373\,K$	$T_f = 293\,K$
V	$20 \times 10^{-6}\,m^3$	$20 \times 10^{-6}\,m^3$	$24 \times 10^{-6}\,m^3$	$24 \times 10^{-6}\,m^3$
P	$4{,}0 \times 10^5\,P_a$	$5{,}1 \times 10^5\,P_a$	$4{,}3 \times 10^5\,P_a$	$3{,}3 \times 10^5\,P_a$

Q2

ici diagramme de Watt



Q3 :

$A \to B$: isochore

$$\begin{cases} W_{A\to B} = 0 \\ Q_{A\to B} \underset{\uparrow\ 1^{er}\text{ principe}}{=} \Delta U_{A\to B} \underset{\uparrow\ 1^{ère}\text{ loi de Joule}}{=} C_V(T_C - T_F) > 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ chaleur absorbée par le gaz.

$B \to C$: isotherme à T_C réversible

$\Delta U_{B\to C} = 0 \Rightarrow Q_{B\to C} = -W_{B\to C}$ or $W_{B\to C} = -\int_{V_B}^{V_C} P_{ext}.dV \overset{\text{réversible : } P = P_{ext}}{=} -\int_{V_B}^{V_C} P.dV = n.R.T_C \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} W_{B\to C} = n.R.T_C \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right) < 0 \text{ car } V_B < V_C \\ Q_{B\to C} = -W_{B\to C} > 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ partie du cycle où le travail est fourni au piston.

$C \to D$: isochore

$$\begin{cases} W_{C\to D} = 0 \\ Q_{C\to D} = C_V.(T_F - T_C) < 0 \end{cases}$$

$\to$ ~~T~~transfert thermique perdu par le gaz.

$D \to A$: isotherme à T_f réversible

$$\begin{cases} W_{D\to A} = n.R.T_F \ln\left(\frac{V_D}{V_A}\right) > 0 \\ Q_{D\to A} = -W_{D\to A} < 0 \end{cases}$$

Q4 :

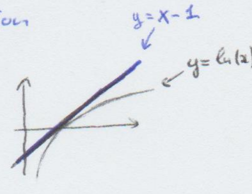
$\Delta S_{AB} = C_V . \ln\left(\frac{T_C}{T_F}\right) + \cancel{n.R.\ln\left(\frac{V_A}{V_A}\right)}$ et $S_{reçue_{AB}} = \dfrac{Q_{AB}}{\underline{T_C}} = C_V . \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right)$

système au contact de la source chaude durant la transformation

2ème principe $\Rightarrow$

$$S_{créée_{AB}} = \Delta S_{AB} - S_{reçue_{AB}}$$
$$= C_V . \left[\ln\left(\frac{T_C}{T_F}\right) - \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right)\right]$$
$$= C_V . \left[\left(\frac{T_F}{T_C} - 1\right) - \ln\left(\frac{T_F}{T_C}\right)\right] \geq 0$$

car $x - 1 \geq \ln(x)$



$\Rightarrow$ la transformation est <u>irréversible</u> (sauf pour $T_F = T_C$ mais alors le cycle est nul).

Q5. $W_t = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$

$$= 0 - n.R.T_c \ln(1,2) + 0 + n.R.T_F.\ln(1,2)$$

$$\Rightarrow W_t = -n.R.\ln(1,2) \times (T_c - T_f) < 0.$$

Q6. $\eta = \dfrac{-W_t}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \dfrac{n.R.\ln(1,2).(T_c - T_f)}{C_v.(T_c - T_f) + nR.T_c.\ln(1,2)}$

or $C_v = \dfrac{n.R}{\gamma - 1}$ donc $\boxed{\eta = \dfrac{T_c - T_F}{\dfrac{(T_c - T_F)}{(\gamma-1)\ln(1,2)} + T_c}}$ AN : $\eta = 5,4\%$

Q7 $\eta_c = \dfrac{T_c - T_F}{T_c} = 21\%$ $\Rightarrow$ Le rendement du cycle de Stirling est inférieur à celui de Carnot à cause des irréversibilités présentes dans les transformations isochores.