

Corrigé DL5

D'après le corrigé officiel

Le barème pour chaque application numérique (avec unité correcte) est de 0.5 pt pour un total de **190 pts** (200-10 points car des questions hors programme enlevées).

Ce barème sera, dans certains cas, modulé selon la présentation :

- Copie particulièrement bien présentée avec explications : +1 à +4 pts sur 200 pts
- Copie particulièrement mal présentée : -1 à -4 pts sur 200 pts
- Copie standard : barème standard !

Les modulations extrêmes doivent rester exceptionnelles.

Si le candidat obtient un résultat par une méthode correcte qui n'est pas celle du corrigé, et sauf si l'énoncé exige une résolution par une méthode donnée, le correcteur peut, selon son appréciation, lui attribuer tout ou partie des points.

Electricité

Barème Electricité 41(51-10) pts (sur un total de 200 pts)

Détermination de r

Q1. Barème 1pt

$$u(t) = r \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad 1pt$$

Q2. Barème 3pts

L'alimentation est ici continue (constante), en régime permanent, toutes les grandeurs électriques sont constantes et leurs dérivées nulles, donc la tension aux bornes de la bobine se résume à $U = r \cdot I$. La loi des mailles amène donc à : $E_0 = r_0 \cdot I + r \cdot I + R \cdot I$, de plus : $U_R = R \cdot I$ donc :

$$r = \frac{E_0}{U_R} \cdot R - R - r_0 \quad 2.5pt$$

$$\text{Et donc } r = 29.4\Omega \quad 0.5pt$$

Détermination de r et L à partir d'un oscillogramme

Q3. Barème 2 pts

D'après l'oscillogramme (et l'énoncé !)

$U_e = 5 \text{ V}$	1pt
$U_R = 2.5 \text{ V}$	1pt

Q4. Barème 1pt

La loi d'Ohm appliquée à R est $U_R = R \cdot I$ donc $I = \frac{U_R}{R} \quad 0.5pt$
et $I = 62.5 \text{ mA} \quad 0.5pt$

Q5. Barème 2pts

L'impédance complexe $\underline{Z}$ d'un dipôle (linéaire en régime sinusoïdal établi) est définie par le rapport $\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$ de la valeur complexe de la tension à ses bornes à la valeur complexe du courant qui le traverse. L'impédance Z (module de $\underline{Z}$) a donc pour expression (définition pour certains auteurs) le rapport de la valeur efficace U_{eff} de la tension aux bornes de ce dipôle à la valeur efficace I_{eff} du courant qui traverse ce dipôle.

$$\underline{Z} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \quad \text{Ce qui ici est identique au rapport des amplitudes } \underline{Z} = \frac{U}{I} \quad 1pt \text{ L'une ou l'autre des réponses}$$

$$\text{Pour le dipôle AM: } Z_{AM} = \frac{U_e}{I} \quad 0.5pt \quad \text{donc } Z_{AM} = 80\Omega \quad 0.5pt$$

Q6. Barème 2pts

D'après l'oscillogramme, la tension u_e passe par son maximum, avant (moins d'une demi-période) la tension u_R , donc u_e est en avance sur u_R .

Q7. Barème 3pts. (Résultat non justifié 0 pt)

D'après l'oscillogramme, le décalage entre les 2 tensions est $\Delta t = \frac{T}{12}$, soit un déphasage de $2\pi \frac{\Delta t}{T} = \frac{\pi}{6}$ donc $\varphi_{ue/i} = +\frac{\pi}{6} \approx 0.52\text{rad}$

(Ou bien, à $t = 0$, u_e passe par 0 en croissant : $u_e = U_e \cdot \sin(\omega t)$ et u_R passe par $-\frac{U_R}{2}$ en croissant : $u_R = U_R \cdot \sin(\omega t - \varphi_{ue/u_R})$ Amène à : $\sin(-\varphi_{ue/u_R}) = -\frac{1}{2}$. La seule valeur correspondant à ces conditions est : $\varphi_{ue/i} = +\frac{\pi}{6}$ ou : $\varphi_{ue/i} = +\frac{\pi}{6}$.

Q8. Barème 2pts

L'impédance complexe du dipôle AM s'écrit : $\underline{Z}_{AM} = r + R + j \cdot L \cdot \omega + \frac{1}{j \cdot C \cdot \omega}$ ou

$$\underline{Z}_{AM} = r + R + j \cdot \left(L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} \right) \quad 2pts$$

Q9. Barème 2pts

Cette impédance complexe peut aussi s'écrire : $\underline{Z}_{AM} = Z_{AM} \cdot \exp(j \cdot \varphi_{ue/i})$
ou encore : $\underline{Z}_{AM} = Z_{AM} \cdot \cos(\varphi_{ue/i}) + j \cdot Z_{AM} \cdot \sin(\varphi_{ue/i})$

Q10. Barème 3pts

Par identification, il vient : $r = Z_{AM} \cdot \cos\left(\varphi_{ue/i}\right) - R \quad 2.5pts$ et l'on obtient $r = 29.3\Omega \quad 0.5pt$

Q11. Barème 2pts

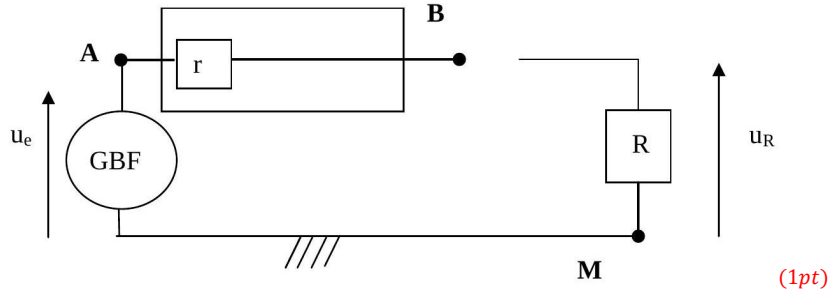
De même : il vient : $L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} = Z_{AM} \cdot \sin\left(\varphi_{ue/i}\right)$ donc $L = \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{C \cdot \omega} + Z_{AM} \cdot \sin\left(\varphi_{ue/i}\right) \right) \quad 1.5pt$
et donc $L = 66\text{mH} \quad 0.5pt$

Étude de la fonction de transfert**Q12. Barème 2pts**

La fonction de transfert du filtre ainsi formé est définie par : $\underline{H} = \frac{u_R}{u_e}$ (2pts)

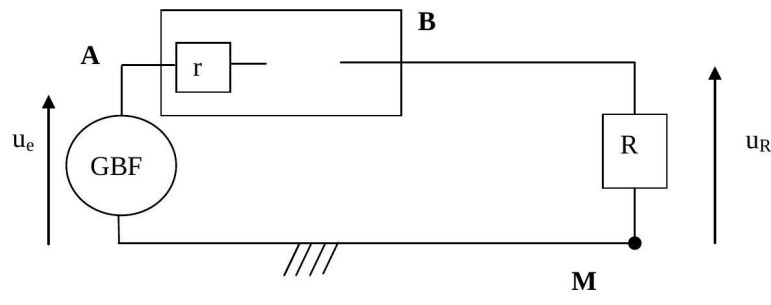
Q13. Barème 5pts

En basse fréquence l'inductance se comporte comme un interrupteur fermé et la capacité comme un interrupteur ouvert,



Le circuit est donc parcouru par un courant nul. La tension $U_R = R \cdot i$ de sortie tend donc vers zéro en basse fréquence. (1pt)

En haute fréquence, l'inductance se comporte comme un interrupteur ouvert et la capacité comme un interrupteur fermé,



Le circuit est encore parcouru par un courant nul. La tension de sortie tend donc vers zéro en haute fréquence. (1pt)

Ce filtre est vraisemblablement un filtre passe bande. (1pt)

Q14. Barème 2pts

La fonction de transfert peut s'écrire, grâce à un diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{R}{R + r + j \left(L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} \right)} \quad 2pts$$

Q15. Barème 4pts

Pour la mettre sous la forme demandée $\underline{H} = \frac{H_{\max}}{1 + j \cdot Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$, il suffit de diviser par $R + r$ haut et bas.

$$\underline{H} = \frac{\frac{R}{R+r}}{1 + j \cdot \left(\frac{L}{R+r} \cdot \omega - \frac{1}{(R+r) \cdot C \cdot \omega} \right)} \quad (1pt)$$

pour une écriture de ce genre, montrant la façon de faire

Il vient alors $H_{\max} = \frac{R}{R+r}$ 1pt

et $\frac{Q}{\omega_0} = \frac{L}{R+r}$ et $Q \cdot \omega_0 = \frac{1}{(R+r) \cdot C}$ d'où $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ 1pt

et $Q = \frac{1}{R+r} \sqrt{\frac{L}{C}}$ 1pt

Q16. Barème 1pt

Le diagramme de Bode est l'ensemble des deux courbes : $G_{dB}(\omega)$ et $\varphi_{urue}(\omega)$ ou $G_{dB}(f)$ et $\varphi_{urue}(f)$ en fonction de ω ou f en échelle logarithmique.

Q17. Barème 4pts

D'après le graphe, on remarque que le gain présente un maximum de $G_{dB\max} = -4,8 \text{ dB}$

$$G_{dB\max} = 20 \cdot \log(H_{\max}) \text{ donc } \frac{R}{R+r} = 10^{\frac{G_{dB\max}}{20}} \quad 1.5pt$$

on obtient alors $r = 29.5 \Omega$ 0.5pt

et le maximum du gain est obtenu lorsque la pulsation $\omega = \omega_0$, cela correspond à une fréquence $f_0 = 196 \text{ Hz}$.

Donc comme $\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}$, il vient $L = \frac{1}{C \cdot (2\pi f_0)^2}$ 1.5pt

c'est-à-dire : $L = 66 \text{ mH}$ 0.5pt

Thermodynamique

Barème 38 pts (total 200pts)

Cycle moteur théorique et peu performant

Q18. Barème 2pts

$$C_p = n \cdot C_{pm} = n \cdot R \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad (0.5 \text{ pt})$$

or $P_0 \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_0$ donc $n \cdot R = \frac{P_0 \cdot V_A}{T_0}$ donc

$$C_p = \frac{P_0 \cdot V_A}{T_0} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad (0.5 \text{ pt})$$

et de même

$$C_v = n \cdot C_{vm} = n \cdot \frac{R}{\gamma - 1} \quad (0.5 \text{ pt})$$

$$C_v = \frac{P_0 \cdot V_A}{T_0 \cdot (\gamma - 1)} \quad (0.5 \text{ pt})$$

Q19. Barème 1pt

De l'état 0 à l'état 1, le gaz subit une transformation (échauffement) isochore.

Q20. Barème 3pts

Le piston vient juste de décoller de la cale. L'équilibre des forces exercées sur le piston amène à :

$$P_1 = P_0 + \frac{m \cdot g}{S} \quad 1 \text{ pt}$$

A.N : $P_1 = 1.1 \text{ bar}$ 0.5pt

et comme le volume est resté constant : $\frac{P}{T} = \text{constante}$ donc $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_0}{T_0}$ donc

$$T_1 = T_0 \cdot \frac{P_1}{P_0} \quad 1 \text{ pt}$$

A.N : $T_1 = 330 \text{ K}$. 0.5pt

Q21. Barème 3pts

Au cours d'une transformation isochore (volume V_A), la quantité de chaleur reçue par le gaz parfait est égale à la variation de son énergie interne. $Q_{V_0} = \Delta U_0^1$ et ceci dit

$\Delta U_0^1 = \int_{T_0}^{T_1} C_v \cdot dT$ et comme C_v indépendant de la température,

$$Q_{V_0}^1 = \Delta U_0^1 = C_v \cdot (T_1 - T_0) \quad 2 \text{ pts}$$

ou comme $C_v = \frac{P_0 \cdot V_A}{T_0 \cdot (\gamma - 1)}$ il vient :

$$Q_{V_0}^1 = \frac{P_0 \cdot V_A}{T_0 \cdot (\gamma - 1)} (T_1 - T_0) \quad 0.5 \text{ pt}$$

A.N : $Q_{V_0}^1 = 8.3 \text{ J}$. 0.5pt

Q22. Barème 1pt

De l'état 1 à l'état 2, le gaz subit une transformation (échauffement) isobare. (équilibre des forces exercées sur le piston) : $P_2 = P_1$

Q23. Barème 2pts

Il en découle que $\frac{V}{T} = \text{constante}$ donc $\frac{V_A}{T_1} = \frac{V_B}{T_2}$ donc

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{V_B}{V_A}$$

A.N : $T_2 = 1000 \text{ K}$

Q24. Barème 3pts

Au cours d'une transformation isobare, la quantité de chaleur reçue par le gaz parfait est égale à variation de son enthalpie.

$Q_{P_1}^2 = \Delta H_1^2$ et $\Delta H_1^2 = \int_{T_1}^{T_2} C_p \cdot dT$ et comme C_p indépendant de la température :

$$Q_{P_1}^2 = C_p \cdot (T_2 - T_1) \quad 2 \text{ pts}$$

$$Q_{P_1}^2 = \frac{P_0 \cdot V_A \cdot \gamma}{T_0 \cdot (\gamma - 1)} (T_2 - T_1) \quad 0.5 \text{ pt}$$

A.N : $Q_{P_1}^2 = 258 \text{ J}$ 0.5pt

Q25. Barème 1pt

De l'état 2 à l'état 3, le gaz subit une transformation (refroidissement) isochore (volume V_B).
De l'état 3 à l'état 0 le gaz subit une transformation (refroidissement) isobare (pression P_0).

Q26. Barème 2pts

Le travail total fourni par ce moteur au cours d'un cycle consiste à avoir élevé la masse m sur une hauteur $\frac{V_B - V_A}{S}$:

$$W = -m \cdot g \cdot \frac{V_B - V_A}{S} \quad 1.5 \text{ pt}$$

A.N : $W = -6.7 \text{ J}$ 0.5 pt

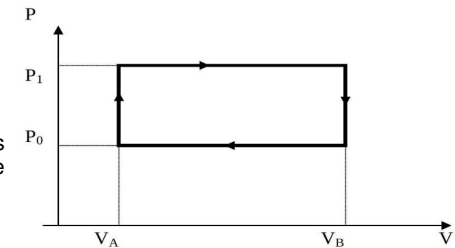
Q27. Barème 3pts

Le rendement de ce moteur est : $\eta = \frac{-W}{Q_0^1 + Q_1^2} \quad 2.5 \text{ pt}$

A.N : $\eta \approx 2 \cdot 5.10^{-2}$ soit : $\eta \approx 2.5\%$ 0.5 pt

Q28. Barème 1 pt

Les transformations subies par le gaz étant des isochores et des isobares, le diagramme de Clapeyron a l'allure ci-contre.



Q29. Barème 2pts

Le travail échangé par le gaz avec l'extérieur est donné par l'aire du cycle. Ici $W < 0$;

$W = -(P_1 - P_0) \cdot (V_B - V_A)$ c'est-à-dire $W = -\frac{m \cdot g}{S} \cdot (V_B - V_A)$

Q30. Barème 2pts

Le rendement d'un moteur fonctionnant selon un cycle de Carnot entre les mêmes températures extrêmes serait :

$$\eta = 1 - \frac{T_0}{T_2} \quad 1.5 \text{ pt}$$

A.N : $\eta = 0.7$ soit $\eta = 70\%$ 0.5pt

Pompe à vide**Q31. Barème 3pts**

Lorsque le piston descend, la pression augmente dans le cylindre et devient supérieure à P_0 . La soupape S_2 se ferme et la soupape S_1 s'ouvre, laissant échapper l'air contenu dans le cylindre. Le volume de gaz enfermé (dans R) quand le piston arrive en A se limite alors à V_0 sous la pression P_0 . Lorsque le piston remonte la pression baisse dans le cylindre et devient inférieure à P_0 , la soupape S_1 se ferme et la soupape S_2 s'ouvre. Lorsque le piston arrive en B, le volume de gaz enfermé est $V_0 + V_B$ sous la pression P_1 . **2pts**

Donc, le système fermé étudié est : le gaz enfermé dans le réservoir R quand le piston est en A (volume V_0 , pression P_0) qui est ensuite enfermé dans le réservoir + le cylindre quand le piston remonte en B (volume $V_0 + V_B$, pression P_1).

Les différentes transformations sont isothermes : $P_0 \cdot V_0 = P_1 \cdot (V_0 + V_B)$, il vient donc :

$$P_1 = P_0 \frac{V_0}{V_0 + V_B} \quad \text{1pt}$$

Q32. Barème 1pt

Lors du deuxième aller-retour, le système fermé est l'air contenu dans le réservoir : volume V_0 , sous la pression P_1 . Il vient alors $P_1 \cdot V_0 = P_2 \cdot (V_0 + V_B)$ c'est-à-dire

$$P_2 = P_1 \frac{V_0}{V_0 + V_B} \text{ ou encore } P_2 = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V_B} \right)^2$$

Q33. Barème 2pts

La forme générale de la pression après le n ème aller-retour est : $P_n = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V_B} \right)^n$ P_n tend vers 0 quand n tend vers l'infini.

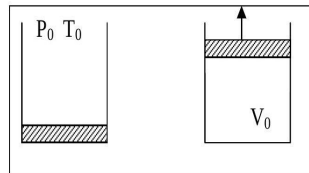
Q34. Barème 3pts

Si l'on considère que V_A n'est pas nul, il arrive un moment où la pression P_A ne peut plus dépasser P_0 et ne permet plus l'ouverture de la soupape S_1 , donc ne permet plus d'extraire d'air du cylindre. Et la pression $P_B = P_{\text{limite}}$ ne permet plus l'ouverture de la soupape S_2 . On a atteint la limite des possibilités de cette pompe. Alors avec comme système fermé le gaz qui reste dans le cylindre : $P_{\text{limite}} \cdot V_B = P_0 \cdot V_A$ donc $P_{\text{limite}} = P_0 \cdot \frac{V_A}{V_B}$ V_A est appelé volume nuisible car c'est lui qui, en théorie limite les possibilités de cette pompe.

Q35. Barème 3pts

Le travail minimum nécessaire pour faire le vide parfait dans un récipient de volume V_0 est le même que celui qui consiste à effectuer la manoeuvre suivante :

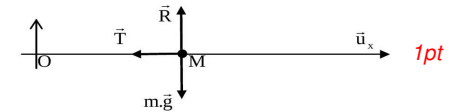
Le travail est alors $W = P_0 \cdot V_0$

**Mécanique**

Barème mécanique sur 43 pts (total 200 pts)

Q36. Barème 5pts

Système M. Référentiel galiléen. **1pt** Schéma



Bilan des forces :

poids - $m \cdot g$, tension du ressort : $\vec{T} = -k \cdot x \cdot \vec{u}_x$, réaction du support R. $\vec{u}_y$. **1pt**

Le PFD selon $\vec{u}_x$ amène : $m \cdot \ddot{x} = -k \cdot x$ ou $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ **2pt**

Q37. Barème 3pts

L'énergie potentielle élastique est : $E_{\text{élastique}} = \frac{1}{2}k \cdot (\text{déformation})^2$. Qui devient ici

$$E_{\text{élastique}} = \frac{1}{2}k \cdot x^2$$

Q38. Barème 4pts

L'énergie mécanique du système {masse + ressort} est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique (l'énergie potentielle de pesanteur ne varie pas dans cette question et peut être prise nulle)

$$E_m = \frac{1}{2}m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2}k \cdot x^2 \quad \text{2pts}$$

La variation de l'énergie mécanique du système est égale à la somme des travaux des forces non conservatives exercées sur le système. La réaction ne travaille pas. La tension du ressort est conservative, le poids également, mais il ne travaille pas ici, donc E_m est conservée d'après le théorème de l'énergie mécanique. **2pts**

Q39. Barème 3pts

E_m est conservée, donc ne varie pas au cours du temps. Sa dérivée par rapport à t est nulle. **1pt**
Ceci amène $m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0$ **2pts**

Q40. Barème 3pts

Solution : $x = A \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right) + B \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$ **1pt**

ou $x = X_{\text{Max}} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right)$ accepter $x = X_{\text{Max}} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ si ω est bien défini.

Les conditions imposées à $t = 0$ amènent $A = x_0$ et $B \sqrt{\frac{k}{m}} = \dot{x}_0$ **1pt pour A et 1pt pour B**

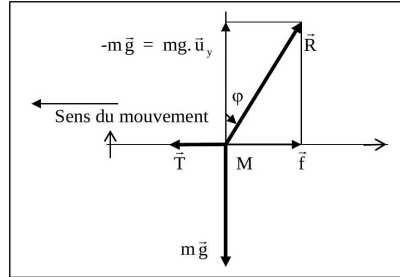
$$\text{d'où } x = x_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right) + \dot{x}_0 \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$$

Q41. Barème 3pts

Il n'y a pas de mouvement selon la verticale, donc la composante de la réaction selon la verticale compense le poids. La composante de la réaction sur l'horizontale représente la force de frottement. **Schéma : 2 pts**

(Un résultat algébrique n'est pas exigé) : $\tan \varphi = \frac{f}{mg}$ **1pt**

C'est d'ailleurs le coefficient de frottement de M sur le support.

**Q42. Barème 4pts**

M démarre si le module de la tension du ressort est supérieur à f.

$$|k \cdot x_0| > f \text{ donc } x_0 > \frac{f}{k} \text{ si } x_0 > 0 \text{ et } x_0 < -\frac{f}{k} \text{ si } x_0 < 0.$$

Donc l'équilibre final aura lieu dès que M s'arrêtera pour la première fois dans la zone telle que :

$$-\frac{f}{k} \leq x \leq \frac{f}{k} \text{ donc } \left[-\frac{f}{k} \leq x_{eq} \leq \frac{f}{k} \right] \text{ ou } |x_{eq}| \leq \frac{f}{k}$$

Q43. Barème 4pts

Le système étudié est M.

Le référentiel d'étude est galiléen.

Les forces exercées sur M sont : le poids $m\vec{g}$, la tension du ressort $\vec{T} = -k \cdot x \cdot \vec{u}_x$ et la réaction $\vec{R}$ du support dont la composante horizontale (ou force de frottement), est toujours opposée au mouvement et a donc un signe opposé à celui de la vitesse.

En posant $\varepsilon = +1$ si $\frac{dx}{dt} > 0$ et $\varepsilon = -1$ si $\frac{dx}{dt} < 0$, il vient

$$\vec{f} = -\varepsilon \cdot f \cdot \vec{u}_x \quad (2pts)$$

La relation fondamentale de la dynamique s'écrit : $m \frac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x - \varepsilon \cdot f$

D'où l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = -\varepsilon \frac{f}{m} \quad (2pts)$$

Q44. Barème 4pts

Si $x_0 \gg \frac{f}{k}$, M démarre et comme $x_0 > 0$, la vitesse devient négative, alors $\varepsilon = -1$.

L'équation différentielle est alors : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = \frac{f}{m}$ **(1pt)**

$$\text{Solution : } x = A \cdot \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + B \cdot \sin \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \frac{f}{k}$$

$$\text{A } t = 0, x = x_0 \Rightarrow A = x_0 - \frac{f}{k} \text{ et } \dot{x} = 0 \Rightarrow B = 0$$

D'où

$$x = \left(x_0 - \frac{f}{k} \right) \cdot \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t \right) + \frac{f}{k} \quad (1pt)$$

Et ceci tant que $\dot{x} < 0$, c'est-à-dire, comme $\dot{x} = -\left(x_0 - \frac{f}{k}\right) \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right)$ tant que

$\sin \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) > 0$ donc pour $0 < \sqrt{\frac{k}{m}} t < \pi$ donc la première étape x_0 à x_1 dure de $0 < t < \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

La durée de la première étape est $\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ **1pt**

$$x_1 = -x_0 + 2 \frac{f}{k} \text{ ou } \left(x_0 - 2 \frac{f}{k} \right) \quad (1pt)$$

Q45. Barème 2pts

La pseudo période T est le temps mis par M pour aller de x_0 à $x_1 < 0$ puis à x_2 où M s'arrête à nouveau, soit 2 fois la durée calculée précédemment (qui est indépendante de x_0).

$$\text{Donc } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Q46. Barème 4pts

Le travail de $\vec{f}$ est : $W_f = \int_{x_1}^{x_2} \vec{f} \cdot d\vec{OM}$ or, de x_1 à x_2 $\dot{x} > 0$ donc $\varepsilon = +1$ et $\vec{f} = -f \cdot \vec{u}_x$ et $d\vec{OM} = dx \cdot \vec{u}_x$ donc

$$W_f = \int_{x_1}^{x_2} -f \cdot dx = f \cdot (x_1 - x_2) \quad (2pts)$$

Appliquons le théorème de l'énergie mécanique (variante du théorème de l'énergie cinétique) : la variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants est égale à la somme des travaux des forces non conservatives (ici $\vec{f}$) appliquées au système entre ces instants.

$$\Delta E_c = 0 \text{ et } \Delta E_p = \frac{1}{2} k \cdot x_2^2 - \frac{1}{2} k \cdot x_1^2 = \frac{1}{2} k \cdot (x_2 - x_1)(x_2 + x_1)$$

$$\text{il vient alors } x_1 + x_2 = -2 \frac{f}{k} \text{ C'est-à-dire } x_2 = x_0 - 4 \frac{f}{k} \quad (2pts)$$

Q47. Barème 4pts

Les abscisses des maximums décroissent de $4 \frac{f}{k}$ par pseudo période, l'amplitude du mouvement décroît donc linéairement avec t **(2pts)**

Le lieu des maximums est donc une droite de coefficient directeur $-4 \frac{f}{k \cdot T}$ passant par x_0 à $t = 0$, son équation est

$$x_{\text{Max}} = -\frac{4f}{k \cdot T} t + x_0 \quad (2pts)$$

$$\text{Ou comme } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad x_{\text{Max}} = -\frac{2f}{\pi \sqrt{k \cdot m}} t + x_0$$

Chimie

Barème sur 68 pts (total 200 pts)

Atome de chlore, molécule de dichlore

Q48. Barème 1pt

Le numéro atomique représente le nombre de protons dans le noyau de l'élément. (C'est aussi le nombre d'électrons de l'atome de chlore non ionisé).

Q49. Barème 2pts

La configuration électronique du chlore dans son état fondamental est :



Le chlore se situe dans la septième colonne de la classification périodique. 0.5 pt

Les éléments de cette colonne sont les halogènes 0.5 pt

Q50. Barème 2pts

Schéma de Lewis de la molécule de dichlore : $|\underline{\text{Cl}} - \underline{\text{Cl}}| \cdot$ 1pt

Schéma de Lewis de la molécule de chlorure d'hydrogène : $\text{H} - \underline{\text{Cl}} |$. 1pt

Q51. Barème 1pt

Les nucléons sont les constituants du noyau : protons et neutron. 1pt

Q52. Barème 1pt

Deux isotopes d'un même élément ont le même numéro atomique Z , mais pas le même nombre A de nucléons donc pas le même nombre N de neutrons.

Q53. Barème 4pts

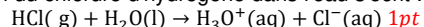
Soient x et y les pourcentages molaires des deux isotopes 35 et 37 du chlore.

$M_{\text{Cl}} = 35 \cdot x + 37 \cdot y$ donc $35x + 37y = 35.5$ et $x + y = 1$ ce qui donne $x = 75\%$ $y = 25\%$

Chlorure d'hydrogène

Q54. Barème 2pts

La réaction de dissolution du chlorure d'hydrogène dans l'eau s'écrit :



Acide chlorhydrique 1pt

Q55. Barème 4pts

Le nombre de mol de chlorure d'hydrogène contenu dans 500 L de gaz considéré comme gaz parfait est : $n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$ donc $n = 20.9 \text{ mol}$ 1pt dont la masse est $m = n \cdot M_{(\text{HCl})}$.

C'est-à-dire $m = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} \cdot M_{(\text{HCl})}$ soit avec $M_{(\text{HCl})} = 36.5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, on obtient $m \approx 762 \text{ g}$.

Ce qui correspond, en ajoutant la masse de l'eau, à savoir 1 kg, à une masse d'acide chlorhydrique d'environ $m' = 1762 \text{ g}$ 1pt

Dont la masse volumique est $\mu = 1,20 \text{ kgdm}^{-3}$.

Donc un volume d'acide chlorhydrique de $V' = \frac{m'}{\mu}$ c'est-à-dire $V' = 1,47 \text{ L}$. 1pt

On en déduit la concentration molaire de cet acide : $C = \frac{n}{V'}$ ou $C \approx 14,2 \text{ mol}^{-1} \text{ L}^{-1}$ 1pt

Q56. Barème 1pt

Equation bilan : $4\text{HCl}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$

Q57. Barème 2pts

Les réactifs sont pris en quantité stœchiométrique, c'est-à-dire ici, quatre moles d'HCl et une mole de O_2 .

Le tableau d'avancement est :

	$4\text{HCl}(\text{g})$	$+\text{O}_2(\text{g})$	$\rightarrow$	$2\text{Cl}_2(\text{g})$	$+\text{2H}_2\text{O}(\text{g})$
$t = 0$	4 mol	1 mol		0 mol	0 mol
t	$4 - 4x$	$1 - x$		$2x$	$2x$
	donc l'avancement maximum est $x_{\text{max}} = 1 \text{ mol}$				

Q58. Barème 2pts

A l'équilibre 75 % de l'HCl a disparu. Le tableau d'avancement devient donc :

	$4\text{HCl}(\text{g})$	$+\text{O}_2(\text{g})$	$\rightarrow$	$2\text{Cl}_2(\text{g})$	$+\text{2H}_2\text{O}(\text{g})$
$t = 0$	4 mol	1 mol		0 mol	0 mol
t	$4 - 4x$	$1 - x$		$2x$	$2x$
Équilibre	$4 - 4x_e$	$1 - x_e$		$2x_e$	$2x_e$

Donc $4 - 4x_e = (1 - 0.75) \cdot 4$ donc $x_e = 0.75 \text{ mol}$ 2pts

Q59. Barème 3pts

Les gaz étant supposés parfaits, ils vérifient l'équation d'état : $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ et les pressions partielles de chaque gaz vérifient donc $P_i = n_i \frac{R \cdot T}{V}$ avec $n_{\text{total}} = (4 - 4x_e) + (1 - x_e) + 2x_e + 2x_e$

soit $n_{\text{total}} = 4.25 \text{ mol}$ et $P_i = \frac{n_i}{n_{\text{total}}} P_0$ (1pt)

C'est-à-dire : pour HCl : $P_{\text{HCl}} = \frac{4 - 4 \times 0.75}{4.25} \cdot 1$ etc..

$P_{\text{HCl}} = 0.24 \text{ bar}$ $P_{\text{O}_2} = 0.06 \text{ bar}$ $P_{\text{Cl}_2} = 0.35 \text{ bar}$ $P_{\text{H}_2\text{O}} = 0.35 \text{ bar}$ 2pts (4*0.5pt)

Q60. Barème 2pts

La constante de cet équilibre s'écrit, en fonction des pressions partielles de tous ces gaz :

$$K_p^0 = \frac{\left(\frac{P_{\text{Cl}_2}}{P^0}\right)^2 \left(\frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P^0}\right)^2}{\left(\frac{P_{\text{HCl}}}{P^0}\right)^4 \left(\frac{P_{\text{O}_2}}{P^0}\right)} \quad 1,5 \text{ pt}$$

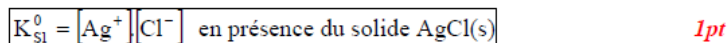
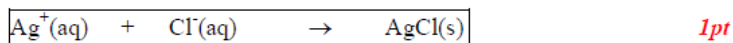
avec $P^0 = 1 \text{ bar}$ et les P_i en bar (ou les deux dans les mêmes unités avec P^0 correspondant à 1 bar)

Ou plus simplement, en omettant les P^0 , avec les P_i en bar $K_p^0 = \frac{(P_{\text{Cl}_2})^2 (P_{\text{H}_2\text{O}})^2}{(P_{\text{HCl}})^4 (P_{\text{O}_2})}$

Ce qui amène à : $K_p^0 \approx 86$ 0.5 pt *Remarque, selon les approximations de calcul faites précédemment, on acceptera les résultats entre 70 et 90. (Sans unité)*

Dosage des ions chlorures par précipitation**Q61. Barème 4pts**

La réaction de précipitation est la suivante :



La précipitation du chlorure d'argent débute dès que le produit ionique (ou le quotient réactionnel !)
 $P_i = [\text{Ag}^+][\text{Cl}^-]$ atteint la valeur de K_{s1}^0 . Quand une goutte de solution de nitrate d'argent a été versée, la concentration en ions Ag^+ « initiale, c'est-à-dire avant réaction » vérifie :

$[\text{Ag}^+]_i = \frac{C_2 \cdot V_{\text{goutte}}}{V_1}$ c'est-à-dire : $[\text{Ag}^+]_i = 4.10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La concentration en ions Cl^- reste égale

à la concentration initiale C_1 . La valeur du produit ionique est alors :

$P_i = 4.10^{-7} > K_{s1}^0$, il y a donc formation du précipité dès la première goutte. (2pts)

Q62. Barème 2pts

Les coefficients (nombres) stœchiométriques étant tous les deux égaux à 1, à l'équivalence, il a été versé autant d'ions Ag^+ qu'il y avait initialement d'ions Cl^- dans le bécher. Ce qui équivaut à la relation :

$$C_2 \cdot V_2 = C_1 \cdot V_1.$$

Qui amène à :

$$V_2 = 12.5 \text{ mL} \quad (2\text{pts})$$

Q63. Barème 4pts

La réaction de précipitation de $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$ s'écrit : $\boxed{2\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{CrO}_4^{2-}(\text{aq}) \rightarrow \text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})}$ 0.5pt

Le produit de solubilité de Ag_2CrO_4 est : $\boxed{K_{s2}^0 = [\text{Ag}^+]_{\text{eq}}^2 \cdot [\text{CrO}_4^{2-}]_{\text{eq}}}$ 0.5pt

Lorsque l'on verse les ions Ag^+ dans le bécher, le précipité de $\text{AgCl}(\text{s})$ apparaît dès que la

concentration en Ag^+ est égale à : $[\text{Ag}^+] = \frac{K_{s1}^0}{[\text{Cl}^-]_i}$ 0.5pt

c'est-à-dire, en négligeant, si l'on veut, la très faible dilution due aux 2 mL, pour Ag^+ : $[\text{Ag}^+] \approx 10^{-8} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. 0.5pt

La concentration initiale en CrO_4^{2-} est : $[\text{CrO}_4^{2-}]_i = \frac{C_3 \cdot V_3}{V_1 + V_3}$ donc :

$[\text{CrO}_4^{2-}]_i \approx 2.10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ 0.5pt Ne pas sanctionner l'oubli de V_3 dans le calcul

Le produit de solubilité de Ag_2CrO_4 est : $K_{s2}^0 = [\text{Ag}^+]^2 \cdot [\text{CrO}_4^{2-}]$, le précipité de Ag_2CrO_4 apparaît

dès que la concentration en Ag^+ est égale à : $[\text{Ag}^+] = \sqrt{\frac{K_{s2}^0}{[\text{CrO}_4^{2-}]_i}}$,

C'est-à-dire pour : $[\text{Ag}^+] \approx 9.10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ 0.5pt

$9.10^{-6} \text{ mol}^2 \text{L}^{-1} > 10^{-8} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ donc le précipité de chlorure d'argent apparaît le premier. 1pt

Q64. Barème 4pts

Quand le précipité de Ag_2CrO_4 apparaît, le volume dans le bécher étant très voisin de celui à l'équivalence, la concentration en CrO_4^{2-} est alors, du fait de la dilution :

$$[\text{CrO}_4^{2-}] = \frac{C_3 \cdot V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \approx 1.7510^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \quad 1\text{pt}$$

Alors comme $[\text{Ag}^+] = \sqrt{\frac{K_{s2}^0}{[\text{CrO}_4^{2-}]}}$, $[\text{Ag}^+] \approx 9.510^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, 1pt

Mais on a toujours la relation : $[\text{Cl}^-] = \frac{K_{s1}^0}{[\text{Ag}^+]^2}$ donc, quand le précipité de couleur rouge

apparaît, $[\text{Cl}^-] \approx 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. 2pt

On peut considérer qu'alors, le titrage est terminé (En admettant que le changement de couleur soit rapidement perceptible).

Q65. Barème 4pts

Si le titrage est maintenant effectué par conductimétrie, on mesure la conductance d'une « tranche » de solution comprise entre les deux plaques de la cellule de conductimétrie. Cette conductance étant proportionnelle à la conductivité de la solution, on peut, par un étalonnage correct mesurer la conductivité de la solution. 2pts

Cette conductivité est proportionnelle aux concentrations des différents ions présents dans la solution. Mais, du fait de la dilution, la courbe représentant la conductivité de la solution en fonction du volume de nitrate d'argent versé est une branche d'hyperbole. Pour obtenir une droite, on peut rendre l'effet de dilution négligeable en plaçant un volume V_1 dans le Becher très supérieur au volume V_2 qui tombera de la burette. 1pt

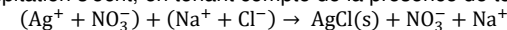
Un autre moyen est de calculer, pour chaque mesure, la conductivité qu'aurait la solution si le volume dans le bécher n'avait pas changé. C'est la conductivité corrigée :

$$\boxed{\sigma_{\text{Cor}} = \sigma \cdot \frac{V_1 + V_2}{V_1}} \quad 1\text{pt}$$

Q66. Barème 4pts

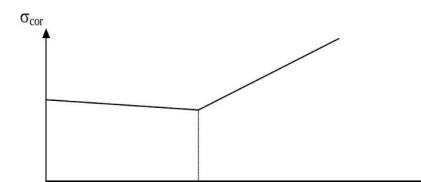
La conductivité de la solution en $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ est donnée par la relation : $\sigma = \sum_i C_i \cdot \lambda_i$ avec C_i : concentration de l'ion i en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ et λ_i conductivité molaire de l'ion i en $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$. 1pt

La réaction de précipitation s'écrit, en tenant compte de la présence de tous les ions :



ce qui revient, avant l'équivalence, à remplacer dans la solution, des ions Cl^- par des ions NO_3^- de conductivité molaire très légèrement inférieure. 2pts

Une fois l'équivalence atteinte, les ions Ag^+ et NO_3^- versés augmentent la conductivité de la solution. La courbe de titrage (conductivité corrigée en fonction du volume V_2 de solution de nitrate d'argent versée) est dans ce cas constituée d'un segment de droite de pente très légèrement négative avant l'équivalence et d'un segment de droite de pente largement positive après l'équivalence. 1pt



Cinétique suivie par dosage de HCl**Q67. Barème 4pts**

La réaction d'hydrolyse du chlorure d'alkyle noté RCl s'écrit :



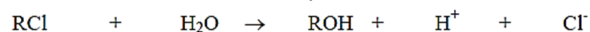
Donc au fur et à mesure que l'hydrolyse s'effectue, il apparaît dans la solution des ions H^+ (ou H_3O^+) qui réagissent avec les ions HO^- (ou OH^-) de la soude versée préalablement dans le bécher selon l'équation bilan : $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{HO}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ jusqu'au moment où l'équivalence est dépassée. La solution passe alors de basique (couleur bleue) à acide (couleur jaune). Lorsque l'on verse à nouveau la soude, la solution redevient basique (couleur bleue) et le phénomène recommence. Les instants t_i sont séparés par des intervalles de temps pendant lesquels il s'est formé $n = 5 \cdot 10^{-4}$ mol d'ions H^+ .

Q68. Barème 4pts

Puisque la cinétique est d'ordre un vis-à-vis de RCl, la loi de vitesse vérifie :

$$v = -\frac{d[\text{RCl}]}{dt} \quad \text{et} \quad v = k \cdot [\text{RCl}]^1 \quad 2\text{pts}$$

On arrive donc à l'équation différentielle : $\frac{d[\text{RCl}]}{dt} + k \cdot [\text{RCl}] = 0$. En tenant compte de la concentration initiale « a » en chlorure d'alkyle, le tableau d'avancement :



t=0	a	excès	0
t	a-x	excès	x

$$[\text{RCl}] = a - x \quad \text{et}$$

$$\frac{d(a-x)}{dt} + k(a-x) = 0$$

1pt

$$\text{donc } a-x = a \exp(-k \cdot t)$$

il vient :

$$x = a \cdot (1 - \exp(-k \cdot t))$$

1pt

Q69. Barème 3pts

Pour obtenir une droite de pente +k, il faut tracer : $\ln\left(\frac{a}{[\text{RCl}]}\right)$ c'est-à-dire $f(x) = \ln\left(\frac{a}{a-x}\right)$ en fonction du temps. 3pts

Q70. Barème 4pts

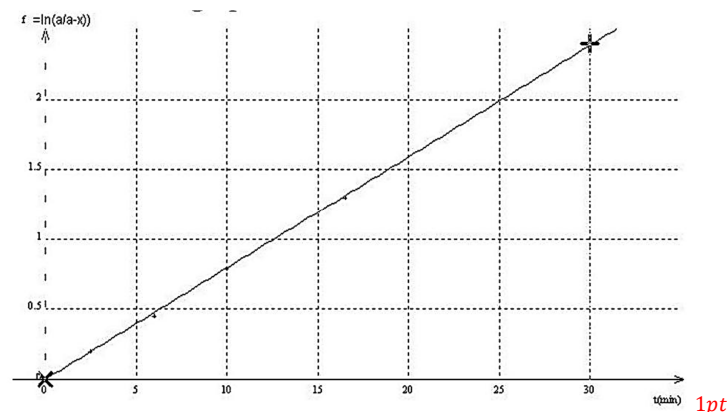
Entre deux t_i successifs, il s'est formé n mol d'ions H^+ c'est-à-dire que x a crû de $\Delta x = \frac{n}{V_0}$ avec $n = 5 \cdot 10^{-4}$ mol. Donc $\Delta x = 2 \cdot 10^{-3}$ mol. L^{-1}

D'où $x_0 = 0$ mol. L^{-1} , $x_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ mol. L^{-1} etc.. d'où le tableau :

t_i en min	$t_0 = 0$ min	$t_1 = 2.5$ min	$t_2 = 6$ min	$t_3 = 10$ min	$t_4 = 16.5$ min	$t_5 = 30$ min
x_i en mol. L^{-1}	0	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}
$f(x_i)$	0	0.20	0.45	0.79	1.3	2.4

Q71. Barème 4pts

On obtient le graphe



L'alignement des points est bon. 1pt

Le coefficient directeur est $k \approx 8 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}$ 2pts