Fondements de l'induction

Travaux Dirigés

Méthodologie : Comment travailler les exercices ?

Avant la séance de TD :

- Sur une feuille de brouillon, avec un crayon à la main et le chapitre ouvert sous les yeux.
- Essayer des « trucs » même si cela n'aboutit pas.
- Faire des schémas complets et suffisamment grands.
- Ne rien écrire sur l'énoncé de TD afin de pouvoir refaire les exercices après la correction en classe.
- Réfléchir environ 10 à 15 min sur chaque exercice demandé. Si vous bloquez complètement sur une question/un exercice, passez à la suite au bout de 10 min, et me poser des questions.

Après la séance de TD :

- Refaire les exercices corrigés ensemble, sans regarder le corrigé dans un premier temps.
- Une fois l'exercice terminé ou si vous êtes totalement bloqué, reprendre avec le corrigé.

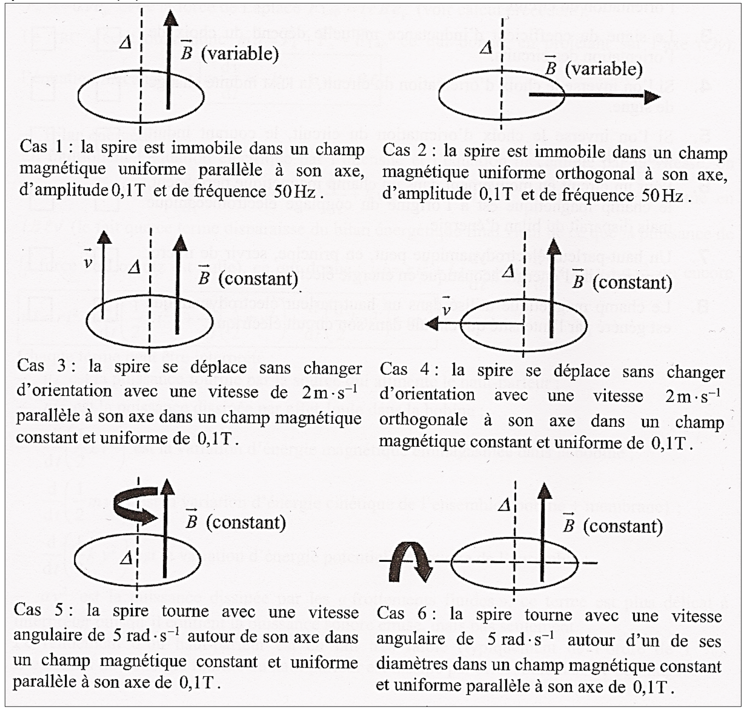
En autonomie

Cahier d'entrainement : fiche 16 : 16.4 à 16.6 (pas évident), fiche 17 : 17.1 à 17.9

Savoir-faire

Savoir-faire 1 – Savoir déterminer le sens et l'intensité du courant induit.

Dans chacun des six cas suivants, donner le sens et calculer la valeur efficace du courant induit dans la spire d'axe (Δ) de surface 10 cm² et de résistance 0,5 Ω.



Aide : Lorsqu'une spire de surface S est en rotation à la vitesse angulaire constante ω autour d'un axe (Δ) et plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$ constant, uniforme et orthogonal à (Δ), le flux du champ $\vec{B}$ au travers de la spire est égal à $\Phi = B.S.\cos(\omega.t)$.

Savoir-faire 2 – Évaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur

On considère le composant électronique "bobine", que l'on modélise comme un enroulement de N spires sur une longueur ℓ d'axe z, avec un rayon a.

Lorsque cette bobine est parcourue par un courant i, il se crée un champ magnétique $\vec{B}$ dont on donne l'expression $\vec{B} = \mu_0.n.i.\vec{u_z}$, avec $n = N/\ell$ le nombre de spires par unité de longueur.

Q1. Dessiner l'allure des lignes de champ dans la bobine.

Q2. On considère une spire de la bobine. Donner son orientation sur un schéma (rappel : c'est le courant qui donne cette orientation).

Puis donner l'expression du flux $\Phi_{1\,spire}$ de $\vec{B}$ à travers cette spire.

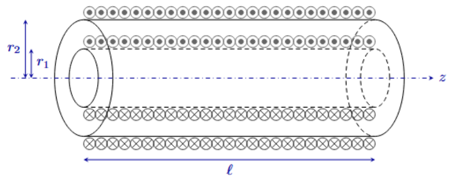
Q3. En déduire l'expression du flux propre de $\vec{B}$ à travers toute la bobine.

Q4. Rappeler la définition de l'inductance L d'un circuit, puis donner son expression pour la bobine en fonction de μ_0, n, et du volume $V = \pi.a^2.\ell$ de la bobine.

Q5. A.N. pour ℓ = 50 cm, a = 3,0 cm, N = 1000 spires (et on donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m⁻¹).

Savoir-faire 3 – Calculer un coefficient d'inductance mutuelle

Deux solénoïdes S_1 et S_2 de même axe (Oz), de même longueur ℓ, de nombre de spires N_1 et N_2 respectivement et de rayons r_1 et $r_2 > r_1$ sont emboîtés l'un dans l'autre.



En première approximation, le champ magnétique produit à l'intérieur du solénoïde p ($p = 1$ ou 2) est

$$\vec{B_p} = \mu_0.\frac{N_p}{\ell}.i_p\,\vec{u_z}$$

Q1. Déterminer l'expression de l'inductance propre L_1 du solénoïde S_1 puis l'expression de l'inductance propre L_2 du solénoïde S_2.

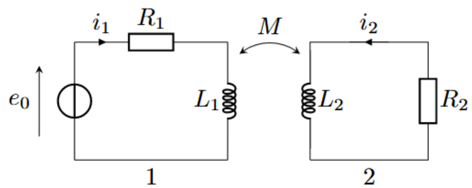
Q2. Calculer l'inductance mutuelle M du second solénoïde au travers du premier.

Q3. Calculer l'inductance mutuelle M_0 du premier solénoïde au travers du second. Commenter le résultat.

Q4. Le rayon r_2 étant fixé, comment choisir le rayon r_1 pour maximiser l'inductance mutuelle ?

Savoir-faire 4 – Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.

On considère deux circuits couplés magnétiquement. La constante de couplage est notée M. Attention, le signe de M dépend de l'orientation des courants i_1 et i_2, et on conservera donc celle de la figure. L'inductance propre de chaque circuit est notée L_1 et L_2.



Q1. Établir les lois de comportement des deux bobines en tenant compte de l'induction mutuelle.

Q2. En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifié par les courants i_1 et i_2.

Q3. On se place en régime harmonique. Établir l'expression de l'impédance complexe apparente de la bobine L_1 en présence du circuit 2.

Q4. Établir le bilan de puissance du circuit en régime quelconque et interpréter chacun des termes.

Exercices incontournables

Exercice 1 : Courant induit par un champ magnétique variable (★☆☆)

Un circuit possède une surface S et une résistance R. Il est soumis à un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme mais non stationnaire tel que

$$\vec{B} = \vec{0} \text{ pour } t < 0 \quad \text{et} \quad \vec{B} = B_0.\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)\overrightarrow{u_z} \text{ pour } t \geq 0$$

avec t une constante positive. Ce champ est perpendiculaire au circuit.

Q1. Expliquer qualitativement les phénomènes se produisant, en utilisant notamment la loi de modération de Lenz.

Q2. Écrire l'équation régissant l'intensité i du courant.

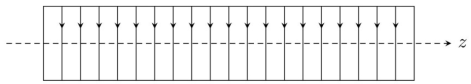
Q3. La résoudre et vérifier l'interprétation a priori de la question 1.

Q4. Quel phénomène a été négligé ? Comment le prendre en compte ?

Q5. Écrire la nouvelle équation différentielle satisfaite par l'intensité.

Exercice 2 : Inductance d'une bobine longue (★☆☆)

On appelle bobine longue est une bobine de longueur ℓ très supérieure à son rayon. On la modélise par N spires d'axe $\overrightarrow{u_z}$, de surface S montées en série, parcourues par un courant i.



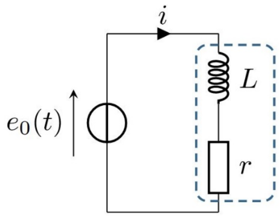
Q1. On modélise la bobine par un solénoïde infini : que néglige-t-on ?

On donne l'expression du champ à l'intérieur du solénoïde infini : $\vec{B} = \mu_0.\frac{N}{\ell}.i\,\overrightarrow{u_z}$

Q2. En déduire le flux propre, puis l'expression de l'auto-inductance $\boldsymbol{L}$.

Q3. Retrouver la loi de comportement de la bobine telle que vous la connaissez en électronique.

On suppose la bobine alimentée par un générateur extérieur de f.é.m. $\boldsymbol{e_0(t)}$. On prend en compte la résistance interne $\boldsymbol{r}$ de la bobine.



Q4. Exprimer l'intensité $\boldsymbol{i}$ dans le circuit en fonction de $\boldsymbol{e_0}$ et $\boldsymbol{\frac{di}{dt}}$.

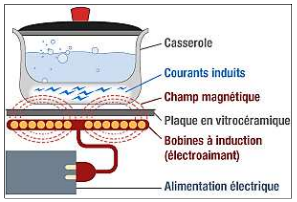
Q5. Supposons que $\boldsymbol{e_0}$ augmente. Comment évoluerait l'intensité sans tenir compte de l'auto-induction ($\boldsymbol{L} = 0$) ? Interpréter l'effet de l'auto-induction en termes de loi de Lenz.

Q6. Procéder au bilan de puissance du circuit et l'interpréter.

En régime stationnaire, l'énergie stockée dans la bobine vaut $\mathbb{E}_{\boldsymbol{mag}} = \boldsymbol{\frac{1}{2}.L.i^2}$

Q7. Exprimer cette énergie en fonction du champ magnétique $\boldsymbol{B}$ et des dimensions de la bobine. Retrouver alors l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique donnée dans le cours.

Exercice 3 : Plaque de cuisson à induction (★★☆)



Le chauffage du fond métallique des casseroles et autres poêles de cuisson peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable, les courants de Foucault.
Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de 5 cm et compte vingt spires de cuivre de résistance électrique R_1 = 18 mΩ et d'auto-inductance L_1 = 30 µH. Il est alimenté par une tension harmonique v_1 de fréquence $f = 25$ kHz et de valeur efficace fixée égale à 24 V.

Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de casserole par une spire circulaire unique, fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance R_2 = 8,3 mΩ et une auto-inductance L_2 = 0,24 µH. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle M = 2 µH.

Q1. En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.

Q2. En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert H = I2/I1.

Q3. En déduire l'impédance d'entrée Ze = V 1/I1 du système.

Q4. La pulsation ω est choisie bien plus grande que R_1/L_1 et R_2/L_2. Simplifier les deux expressions précédentes.

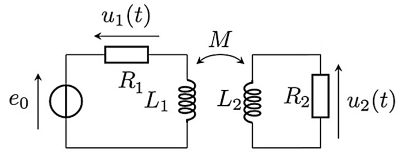
Q5. Exprimer le courant i_2 et donner son amplitude. Calculer alors la puissance dissipée dans la casserole, donnée par $P_2 = \frac{1}{2}.R_2.I_2^2$.

Q6. On soulève la casserole. Indiquer qualitativement comment varie l'amplitude du courant i_1 appelé par l'inducteur.

Exercice d'entrainement

Exercice 4 : Mesure d'une inductance mutuelle (★★☆)

Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux bobines.
Les deux bobines se font face comme sur la figure. La première bobine est montée en série avec une résistance $\boldsymbol{R_1}$ = 100 Ω et un générateur de tension $\boldsymbol{e_0}$ harmonique de fréquence $\boldsymbol{f}$ = 2,0 kHz. La seconde bobine est montée en série avec une résistance $\boldsymbol{R_2}$ = 100 MΩ (résistance d'entrée de l'oscilloscope).



Q1. Flécher les courants dans chacune des parties du montage.

Q2. D'après la loi de comportement habituelle de la bobine 2, que vaudrait alors la tension $\boldsymbol{u_2}$? Pourquoi cette loi n'est-elle pas applicable telle quelle ici ?

Q3. En prenant en compte l'induction mutuelle, exprimer la loi des mailles dans chaque partie du circuit.

Q4. En utilisant les notations complexes, exprimer le courant $\underline{\boldsymbol{i_2}}$ en fonction de $\boldsymbol{L_2}$, $\boldsymbol{M}$, $\underline{\boldsymbol{i_1}}$ et de la pulsation $\boldsymbol{\omega} = 2\pi.\boldsymbol{f}$.

Q5. Simplifier l'expression précédente en utilisant le fait que la valeur de la résistance $\boldsymbol{R_2}$ est bien supérieure à la valeur de l'impédance de la bobine 2. Exprimer alors la tension $\underline{\boldsymbol{u_2}}$ en fonction de $\boldsymbol{M}$, $\underline{\boldsymbol{u_1}}$ et de $\boldsymbol{\omega}$.

Q6. Calculer l'inductance mutuelle $\boldsymbol{M}$ sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes $\boldsymbol{U_1}$ = 3,00 V et $\boldsymbol{U_2}$ = 0,50 V.

Q7. On fait tourner la bobine 2 sur elle-même dans le plan de la paillasse. Indiquer sans calcul comment est modifiée la valeur de $\boldsymbol{M}$ lorsque l'angle de rotation vaut 180° ? 90° ? Même question si l'on aligne les axes des deux bobines.