

Fondements de l'induction

Plan du cours

1. Lois de l'induction	1
1.1. Mise en évidence expérimentale	1
1.2. Flux du champ magnétique	1
1.3. Loi de Faraday	1
1.4. Loi de modulation de Lenz	2
2. Induction propre ou auto-induction	2
2.1. Auto-induction	2
2.2. Flux propre et inductance propre	3
2.3. Comportement électrique d'une bobine	3
2.4. Etude énergétique	3
3. Couplage entre deux circuits : Induction mutuelle	4
3.1. Flux mutuel et coefficient d'induction mutuelle	4
3.2. Equations couplées	4
3.3. Etude énergétique	4

1. Lois de l'induction

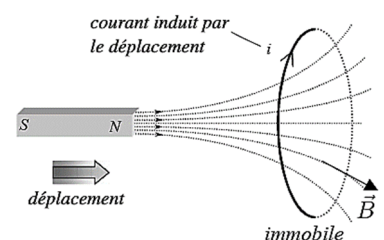
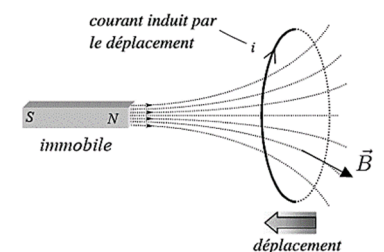
1.1. Mise en évidence expérimentale

Définition : Phénomène d'induction

Le phénomène d'**induction**, c'est l'apparition d'un **courant induit** dans un circuit grâce à la variation d'un champ magnétique. Il y a deux façons d'obtenir cela :

- soit en modifiant le champ magnétique au voisinage d'un circuit électrique fixe (induction de Neumann);
- soit en déplaçant (ou déformant) un circuit électrique au voisinage d'un champ magnétique stationnaire immobile (induction de Lorentz).

L'induction peut être vue comme le phénomène inverse de la génération d'un champ magnétique par un courant électrique.

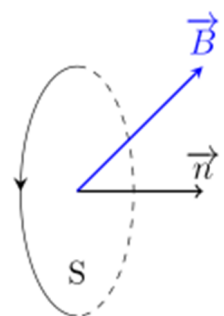


1.2. Flux du champ magnétique

On appelle **flux du champ magnétique**, la quantité scalaire Φ , exprimée en weber (Wb) ou plus couramment en $T \cdot m^2$, définie par :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

où S est une surface quelconque et $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ est le vecteur surface élémentaire orienté (selon la règle de la main droite) par le vecteur unitaire $\vec{n}$ normal à la surface dS .



Remarque : Dans le cas où le champ $\vec{B}$ uniforme et la surface S est plane, l'expression se simplifie en $\Phi = \vec{B} \cdot S \cdot \vec{n}$ où S est l'aire de la surface.

1.3. Loi de Faraday

Définition : Force électromotrice induite

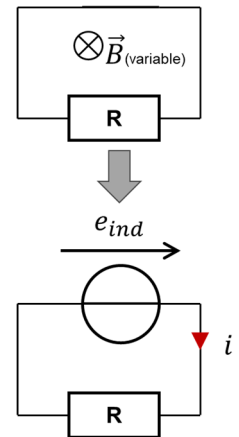
Le courant induit dans un circuit fermé est lié à l'apparition d'une force électromotrice (notée par la suite f.é.m.) induite e_{ind} qui joue le même rôle que la f.é.m. d'une pile.

Malgré le nom de force électromotrice, la f.é.m. correspond physiquement à une tension et s'exprime donc en volt (V).

Méthode : Schématiser la force électromotrice induite sur un schéma électrique

La f.é.m. induite est répartie sur toute la longueur du circuit dans lequel a lieu le phénomène d'induction. Cependant, pour modéliser sa présence sur un schéma électrique, on la représente par une source idéale de tension localisée en un point du circuit.

La tension du générateur idéal de tension est orientée dans le même sens que le courant circulant dans le circuit : en effet, le courant est mis en mouvement par le phénomène d'induction, d'où l'utilisation de la convention générateur.



Loi : Loi de Faraday

Dans un circuit électrique fermé soumis à un flux magnétique $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ variable au cours du temps, il y a apparition d'un courant induit d'intensité égale à celle que produirait une source de tension idéale dont la tension (en volt) vaut :

$$e_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

1.4. Loi de modération de Lenz

Loi : Loi de modération de Lenz

Les effets de la force électromotrice induite tendent à s'opposer à la cause qui leur a donné naissance.

- Dans le cas d'un champ magnétique variable, le champ créé par le courant induit s'oppose à la variation du champ initial.
- Dans le cas d'un circuit mobile, les forces de Laplace dues au courant induit s'opposent au mouvement initial du circuit.

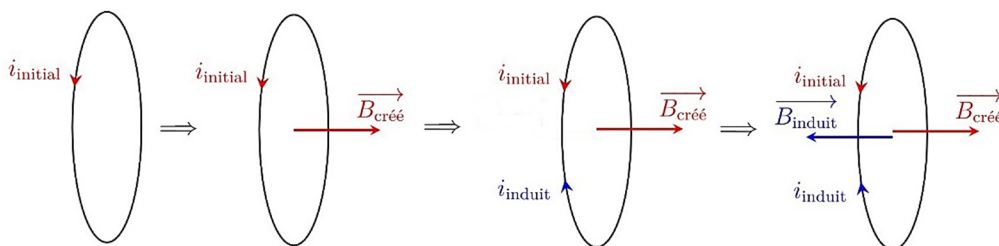
Remarque : Le signe $-$ qui apparaît dans la loi de Faraday peut s'interpréter grâce à la loi de Lenz : la f.é.m. induite s'oppose aux variations du flux de $\vec{B}$.

2. Induction propre ou auto-induction

2.1. Auto-induction

Un courant qui passe dans une spire crée un champ magnétique. Si ce courant varie, le champ magnétique varie également. Ainsi, on est en présence d'un champ magnétique variable à l'intérieur d'un conducteur, la spire elle-même ! Il y a donc **auto-induction** : la spire parcourue par le courant crée un champ magnétique qui crée un courant induit dans cette même spire. Le courant induit permet d'atténuer la modification du flux du champ $\vec{B}_{créé}$ en créant à son tour un champ $\vec{B}_{induit}$.

D'après la loi de Lenz, le courant induit s'oppose à la cause qui lui a donné naissance : ce courant induit est dans le sens inverse du courant initial qui s'établit dans la spire.



Les différentes étapes illustrant l'apparition d'un champ magnétique induit lors d'un changement du courant $i_{initial}$ dans la bobine. Ces différentes étapes ont été séparées pour mieux comprendre mais, en réalité, elles se produisent simultanément. Ainsi le courant dans la bobine vaut $i = i_{initial} + i_{induit}$ et le champ magnétique généré par la bobine vaut $\vec{B}_{propre} = \vec{B}_{créé} + \vec{B}_{induit}$.

2.2. Flux propre et inductance propre

Définition : Inductance propre

On appelle **inductance propre**, ou coefficient d'auto-induction, le coefficient de proportionnalité $L > 0$, exprimée en henry (H), qui existe entre le courant qui circule dans une bobine et le flux du champ $\vec{B}_{propre}$, parfois appelé **flux propre**, que ce courant génère à travers cette même bobine :

$$\Phi_{propre} = \iint_S \vec{B}_{propre} \cdot d\vec{S} = L \cdot i$$

Remarque : Les effets de l'auto-induction de la boucle principale d'un circuit sont généralement négligeables devant ceux des autres composants et l'inductance propre n'est prise en compte que lorsqu'une bobine est utilisée.

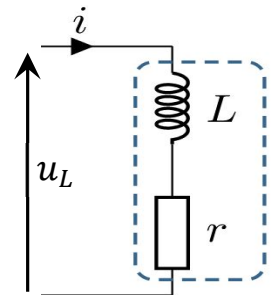
2.3. Comportement électrique d'une bobine

Grâce à la définition du flux propre et à la loi de Faraday, il est possible de retrouver la relation tension-électricité de la bobine. Dans le cas où on prend en compte la résistance du fil électrique on obtient :

$$u_L = r \cdot i - e_{ind} = r \cdot i - \left(-\frac{d\Phi}{dt} \right) = r \cdot i + \frac{d(L \cdot i)}{dt} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

Pour une bobine parfaite (résistance r négligeable), la relation précédente devient :

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$



2.4. Etude énergétique

De l'énergie magnétique est emmagasinée partout où règne un champ magnétique. La bobine permet donc de transformer et de stocker de l'énergie électrique sous forme magnétique.

Définition : Energie magnétique stockée par une bobine

- La puissance reçue par la bobine réelle vaut :

$$\mathcal{P}_L = u_L \cdot i = \left(L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \right) \cdot i = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 \right) + r \cdot i^2$$

Cette puissance reçue $\mathcal{P}_L$ correspond à la somme de la variation d'énergie stockée par unité de temps et de la puissance dissipée par effet Joule.

- La bobine stocke de l'énergie $\mathcal{E}_L$ sous forme magnétique. Cette énergie dépend du courant i et vaut :

$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

Définition : Densité volumique d'énergie magnétique

La **densité volumique d'énergie magnétique** u_m , exprimée en joule.m⁻³, dans une région de l'espace de perméabilité magnétique μ_0 , contenant un champ magnétique $\vec{B}$ s'écrit :

$$u_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}$$

Application à la bobine longue : $\mathcal{E}_L = u_m \cdot V_{bobine} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot N \cdot i}{\ell} \right)^2 \cdot S \cdot \ell = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{\ell} \right) \cdot i^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$

3. Couplage entre deux circuits : Induction mutuelle

Le phénomène d'induction est très présent dans notre quotidien : lecture des informations contenues dans une carte bancaire lors d'un paiement sans contact, recharge de certains appareils mobiles ou encore dans les cartes utilisant la technologie RFID.

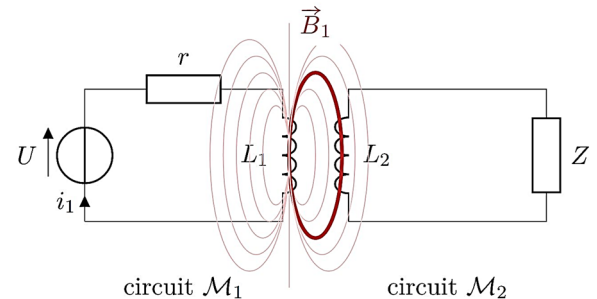
3.1. Flux mutuel et coefficient d'induction mutuelle

Définition : Inductance mutuelle

On appelle **inductance mutuelle** le coefficient de proportionnalité $M_{1 \rightarrow 2}$, exprimée en henry (H), entre le flux à travers la bobine 2 du champ $\vec{B}_1$ (généré par la bobine 1) et le courant i_1 qui circule dans la bobine 1 :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{L_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = M_{1 \rightarrow 2} \cdot i_1$$

$M_{1 \rightarrow 2}$ peut être positif ou négatif en fonction du choix d'orientation des deux circuits.



Bien sûr l'apparition d'un courant dans la bobine L_2 donne à son tour naissance à un champ magnétique $\vec{B}_2$ dont les lignes de champ vont traverser la bobine L_1 , générant là aussi un courant induit qui modifie i_1 . On admet que :

Théorème : Théorème de Neumann

Lorsque deux circuits, $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$, sont couplés par mutuelle induction à travers leurs bobines d'inductances respectives L_1 et L_2 , le coefficient de mutuelle induction du circuit $\mathcal{M}_1$ sur le circuit $\mathcal{M}_2$ est identique à celui de mutuelle induction du circuit $\mathcal{M}_2$ sur le circuit $\mathcal{M}_1$:

$$M_{1 \rightarrow 2} = M_{2 \rightarrow 1} = M$$

L'inductance mutuelle M dépend de la position relative des circuits et des inductances propres de chacune des bobines. Les inductances propres L_1 et L_2 et l'inductance mutuelle M vérifient l'inégalité :

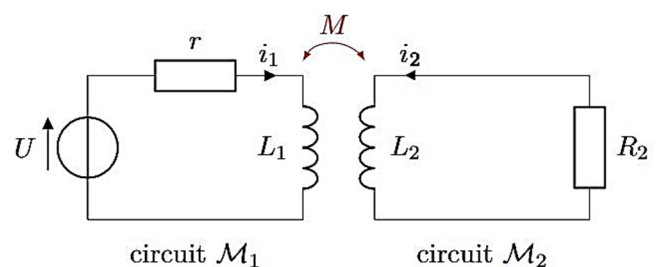
$$M^2 \leq L_1 \cdot L_2$$

Le cas où $M^2 = L_1 \cdot L_2$ correspond au meilleur couplage possible entre les circuits.

3.2. Équations couplées

On s'intéresse au montage ci-contre :

Le couplage entre les deux circuits doit être pris en compte. Il est précisé par l'ajout du coefficient de mutuelle induction M .



A cause de ce couplage, il faut modifier la loi des mailles dans chaque circuit :

- Dans le circuit $\mathcal{M}_1$: $U = r \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt}$
- Dans le circuit $\mathcal{M}_2$: $R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} = 0$

3.3. Etude énergétique

Dans le circuit précédent, multiplions l'équation du circuit $\mathcal{M}_1$ par i_1 et celle du circuit $\mathcal{M}_2$ par i_2 , puis faisons la somme des deux. On obtient alors l'expression de la puissance fournie par le générateur :

$$\underbrace{U \cdot i_1}_{\text{puissance fournie par le générateur}} = \underbrace{r \cdot i_1^2 + R_2 \cdot i_2^2}_{\text{puissance perdue par effet Joule}} + \underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_1 \cdot i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \cdot i_2^2 + M \cdot i_1 \cdot i_2 \right)}_{\text{énergie magnétique stockée}}$$

AU PROGRAMME

Notions et contenus	Capacités exigibles	Dans les exercices
Lois de l'induction		
Flux d'un champ magnétique Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.	
Loi de Faraday Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.	<i>Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.</i>	
Loi de modulation de Lenz.	Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.	
Force électromotrice induite, loi de Faraday.	Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.	
Auto-induction		
Flux propre et inductance propre.	- Différencier le flux propre des flux extérieurs. - Utiliser la loi de modulation de Lenz. - Évaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur. <i>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</i>	
Étude énergétique.	Réaliser un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.	
Cas de deux bobines en interaction		
Inductance mutuelle entre deux bobines.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale »	
Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.	- Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante. - Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.	
Étude énergétique.	Réaliser un bilan de puissance et d'énergie.	