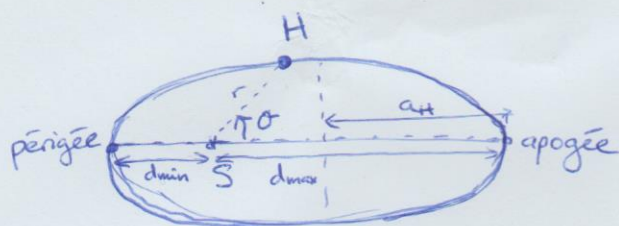


Exercice 1 Comète de Halley :

Q1



Q2 3^{ème} loi de Kepler

$$\frac{T_H^2}{a_H^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S}$$

si G connu/donné

$$\frac{T_H^2}{a_H^3} = \frac{T_T^2}{a_T^3}$$

avec les données par la Terre
($T_T = 365,25$ jours doit être connue)

$$a_H = a_T \left(\frac{T_H}{T_T} \right)^{2/3}$$

$$\text{AN: } a_H = 1 \times \left(\frac{76}{1} \right)^{2/3}$$

$$a_H = 17,9 \text{ unités astronomiques}$$

$$\Leftrightarrow a_H = 27 \times 10^{12} \text{ m}$$

$$\text{Q3: } \begin{cases} r(0) = \frac{p}{1-e} = d_{\max} \\ r(\pi) = \frac{p}{1+e} = d_{\min} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e = \frac{d_{\max} - d_{\min}}{d_{\max} + d_{\min}} \\ p = \frac{2 d_{\min} \cdot d_{\max}}{d_{\max} + d_{\min}} \end{cases}$$

avec $\boxed{d_{\max} = 2a_H - d_{\min}}$
AN: $d_{\max} = 53 \times 10^{12} \text{ m}$

$$\text{AN: } \begin{cases} e = 0,98 \\ p = 1,2 \times 10^{14} \text{ m} \end{cases}$$

Exercice 2 (orbites circulaires)

Q1 D'après la 3^{ème} loi de Kepler:

$$\frac{T_M^2}{R_M^3} = \frac{T_1^2}{R_1^3} \Rightarrow \boxed{R_M = R_1 \times \left(\frac{T_M}{T_1} \right)^{2/3}}$$

$$\text{AN: } R_M = 1,50 \times 10^{11} \times \left(\frac{1,9}{1} \right)^{2/3} = 2,3 \times 10^{11} \text{ m}$$

Q2:



$$\text{A } t=0, \begin{cases} \theta_{T,0} = 0 \\ \theta_{M,0} = 0 \end{cases}$$

Rotation circulaire autour de S:

$$\begin{cases} \theta_T(t) = \omega_T \cdot t + \theta_{T,0} = \frac{2\pi}{T_1} t \\ \theta_M(t) = \omega_M \cdot t + \theta_{M,0} = \frac{2\pi}{T_M} t \end{cases}$$

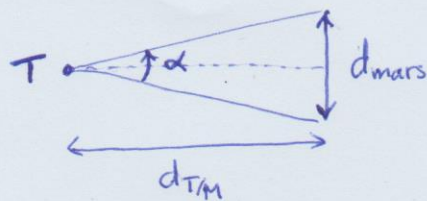
$$\text{Alignement si } \theta_T \equiv \theta_M [2\pi] \Rightarrow \frac{2\pi}{T_1} \cdot t = \frac{2\pi}{T_M} \cdot t + k \cdot 2\pi$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{T_1 \cdot T_M}{T_M - T_1} \cdot k$$

périodicité du phénomène d'opposition

$$\text{AN: } 21 \text{ ans}$$

Q3:



α étant très petit, $\tan(\alpha) \approx \alpha$

en opposition

$$d_{\text{mars}} = \alpha \cdot d_{T/M} = \alpha \cdot (R_M - R_1)$$

AN: $d_{\text{mars}} = \frac{18,2}{3600} \times \frac{\pi}{180} \times (23 \cdot 10^{11} - 15 \cdot 10^{11})$

$\Rightarrow d_{\text{mars}} = 7,1 \times 10^6 \text{ m} = 7,1 \times 10^3 \text{ km}$

Q4: En utilisant la 3^{ème} loi de Kepler:

$$\frac{T_{\text{Deimos}}^2}{r_{\text{Deimos}}^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{\text{mars}}}$$

$$\Rightarrow M_{\text{mars}} = \frac{4\pi^2}{G} \times \frac{r_{\text{Deimos}}^3}{T_{\text{Deimos}}^2}$$

AN: $M_{\text{mars}} = 6,9 \cdot 10^{23} \text{ kg}$

masse volumique: $\rho = \frac{M_{\text{mars}}}{V_{\text{mars}}} = \frac{M_{\text{mars}}}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{d_{\text{mars}}}{2}\right)^3}$

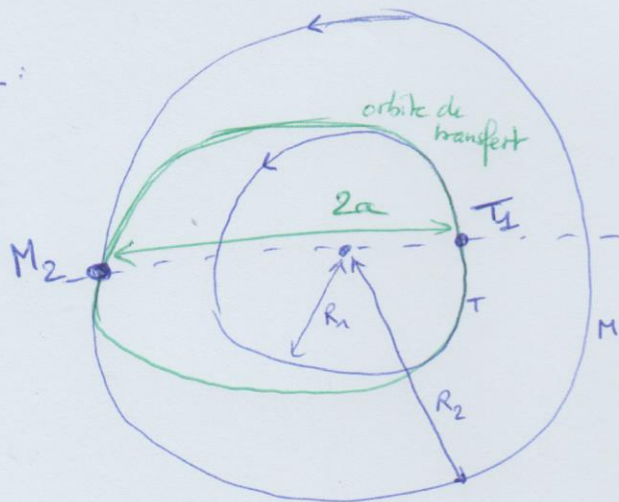
AN: $\rho = 3,7 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Q5: $\frac{M_{\text{mars}}}{M_{\text{TERRE}}} \approx 0,12.$

Exercice 3 :

- Q1 :
- ① Décollage
 - ② Orbite autour de la Terre
 - ③ Orbite de transfert
 - ④ Orbite autour de Mars
 - ⑤ Descente sur le sol martien.

Q2 :



D'après le schéma :

$$2a = R_1 + R_2$$

$$a = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

AN : $a = 1.89 \times 10^8 \text{ km}$

- Q3 :
- système : { objet de masse m q. gravite autour du soleil }
 - référentiel : héliocentrique, supposé galiléen.
 - bilan des forces :

$$\vec{F} = -G \cdot \frac{m \cdot M_s}{r^2} \vec{u}_r$$

* Principe fondamental de la dynamique :

$$m \vec{a} = \vec{F}$$

$$m \cdot \left(\frac{dv}{dt} \vec{u}_0 - \frac{v^2}{r} \vec{u}_r \right) = -G \cdot \frac{m \cdot M_s}{r^2} \vec{u}_r$$

$\hookrightarrow$ sur $\vec{u}_0$: $\boxed{\frac{dv}{dt} = 0} \Rightarrow$ mouvement uniforme

$\hookrightarrow$ sur $\vec{u}_r$: $\boxed{v = \sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}}}$

Or $v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \Rightarrow \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s}}$

3^{ème} loi de Kepler.

Généralisation aux orbites elliptiques

$$\boxed{\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s}}$$

Q4 : D'après la loi des aires (2^{ème} loi de Kepler), $\Delta t = \frac{T}{2}$

5 $\Delta t = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot \cancel{a^3} \cdot m^3}{G \cdot M_s}}$

$m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}$ kg

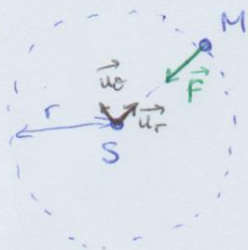
AN : $2,2 \times 10^7 \text{ s} = 259 \text{ jours.}$

Q5 :

Durée de la mission : 255 jours.

Ordre de grandeur correct mais hypothèses peut-être trop simplistes.

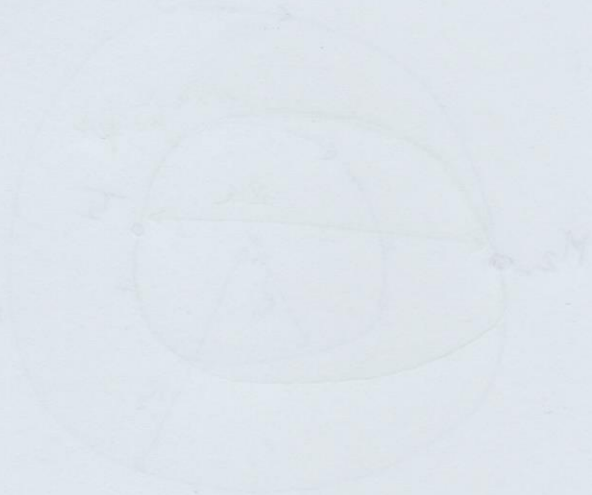
hypothèse :
orbite circulaire



Q6: Pendant la durée Δt , Mars doit parcourir l'angle β .

Or $\omega_{\text{Mars}} = \frac{2\pi}{T_{\text{Mars}}}$ et $T_{\text{Mars}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot R_2}{G \cdot M_s}}$

On a alors $\beta = \omega_{\text{Mars}} \times \Delta t$



- Exercice 4 :
- * système : {astéroïde de masse m }
 - * référentiel : géocentrique supposé galiléen
 - * bilan des forces : attraction gravitationnelle



$$\vec{F} = -G \cdot \frac{m \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

Q1 : La force d'attraction gravitationnelle est une force conservative. Toutes les autres forces sont négligées.

D'après le théorème de l'énergie mécanique : $\Delta E_m = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F}_{n. cons.})$ donc ici $\Delta E_m = 0 \Rightarrow E_m = c^{ste}$.

Entre P et M_0 :

$$E_m(M_0) = E_m(P)$$

$$E_c(M_0) + E_{Pg}(M_0) = E_c(P) + E_{Pg}(P)$$

$$\text{avec } \begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \\ E_{Pg} = -G \cdot \frac{m \cdot M_T}{r} \end{cases}$$

avec M_0 suffisamment éloigné de T ($r_{M_0} \rightarrow \infty$) :

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} m \cdot v_p^2 + -\frac{G \cdot m \cdot M_T}{r_p}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v_0^2 - v_p^2 = -\frac{2G \cdot M_T}{r_p}} \quad (1)$$

Q2 : Théorème du moment cinétique (autour de l'axe Tz) :

$$\frac{dL_{Tz}}{dt} = M_{Tz}(\vec{F}) \quad \text{or } \vec{F} \text{ est une force centrale} \Rightarrow M_{Tz}(\vec{F}) = (\vec{MT} \wedge \vec{F}) \cdot \vec{u}_z = 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{dL_{Tz}}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{L_{Tz} = c^{ste}}$$

Or $L_{Tz} = (\vec{MT} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{u}_z \Rightarrow$ avec le bras de levier $L_{Tz}(M_0) = b \cdot v_0$
 $L_{Tz}(P) = r_p \cdot v_p \Rightarrow \boxed{b \cdot v_0 = r_p \cdot v_p} \quad (2)$

Q3 : il faut faire disparaître $v_p \Rightarrow v_p = \frac{b \cdot v_0}{r_p}$

Dans (1) $\rightarrow \left(-\frac{b^2}{r_p^2} + 1\right) \cdot v_0^2 + \frac{2G \cdot M_T}{r_p} = 0 \xrightarrow{\times r_p^2} \boxed{v_0^2 \cdot r_p^2 + 2G \cdot M_T \cdot r_p - v_0^2 b^2 = 0}$

$$r_p = \frac{-2G \cdot M_T \pm \sqrt{4G^2 M_T^2 + 4v_0^4 b^2}}{2v_0^2}$$

on garde la solution positive :

$$\boxed{r_p = \frac{G \cdot M_T}{v_0^2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^4 b^2}{G^2 M_T^2}}\right)}$$

Q4 : AN : $r_p = 4,1 \times 10^4 \text{ km} > R_T + R_{atm} \rightarrow$ pas de collision ni d'étoiles filantes.

(mais passage entre la Terre et les satellites géostationnaires !)