

TP 2 - Les fonctions

Exercice 1 Écrire une fonction `nbr(a, b, c)` qui retourne le nombre de racines réelles du trinôme $aX^2 + bX + c$ avec $a \neq 0$.

`nbr(1, 1, 1)` donne 0
`nbr(1, 2, 1)` donne 1
`nbr(1, 1, -1)` donne 2

Exercice 2

1. Écrire une fonction `factorielle(n)` qui retourne $n!$.

`factorielle(5)` donne 120

2. Écrire une fonction `cb(k, n)` qui retourne $\binom{n}{k}$ en utilisant la fonction `factorielle`.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

`cb(3, 7)` donne 35

3. Écrire une fonction `cb2(k, n)` qui retourne $\binom{n}{k}$ défini par :

$$\binom{n}{k} = \prod_{j=1}^k \frac{n+1-j}{j}$$

Exercice 3 Écrire un fonction `suite(u, v, n)` qui retourne u_n et v_n définis par

$$\begin{cases} u_0 = u \\ v_0 = v \end{cases} \text{ et } \forall k \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + v_n) \\ v_{n+1} = \sqrt{u_n v_n} \end{cases}$$

On vérifiera que $u, v \in \mathbb{R}_+^*$.

`suite(1, 2, 12)` donne 1.456..., 1.456...

Exercice 4

1. Écrire une fonction `racine(x, n)` qui retourne le terme u_n défini par

$$u_0 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{x}{u_n} \right)$$

`racine(5, 12)` donne 2.236...

2. Écrire une fonction `racine2(x)` qui retourne le premier couple (u_n, n) tel que $|u_n - u_{n-1}| < 10^{-12}$.

Ajouter dans le descriptif de la fonction : "calcule une approximation de la racine carrée de x ".

`racine2(17)` donne (4.123..., 7)

Exercice 5 Écrire une fonction `somme(f, g)` qui retourne la fonction $f + g$ où f et g sont deux fonctions numériques.

Exercice 6 *Méthode de balayage* Écrire une fonction `balayage(f, a, b, p)` qui recherche une racine de f sur $[a, b]$ à la précision p . La méthode consiste à parcourir l'intervalle $[a, b]$ par pas de p et détectant le premier changement de signe.

`balayage(np.cos, 1, 2, 1e-15)*2` donne 3.1415...