Colle 20

Les questions "★ " sont avec une démonstration ou une démarche à mettre en place.

Extrait du programme

1. Probabilités

1. Probabilités sur un univers fini

a. Univers, évènements, variables aléatoires

Lien entre vocabulaire ensembliste et vocabulaire des probabilités.	On se limite au cas où cet univers est fini. Événement élémentaire (singleton), système complet d'événements, événements disjoints (ou incompatibles).
Une variable aléatoire X est une application définie sur l'univers Ω à valeurs dans un ensemble E.	Notations $\{X \in A\}$ et $(X \in A)$.

b. Espaces probabilisés finis

Probabilité sur un univers fini.	Espace probabilisé fini $(\Omega, \mathbf{P})$. Notations $\mathbf{P}(X \in A)$, $\mathbf{P}(X = x)$ et $\mathbf{P}(X \leq x)$.
Une distribution de probabilités sur un ensemble E est une famille d'éléments de $\mathbb{R}^+$ indexée par E et de somme 1.	Une probabilité $\mathbf{P}$ sur Ω est déterminée par la distribution de probabilités $(\mathbf{P}(\{\omega\}))_{\omega\in\Omega}$.
Une distribution de probabilités sur un ensemble fini est une famille de réels positifs indexée par cet ensemble et de somme 1.	
Probabilité uniforme.	
Probabilité de la réunion ou de la différence de deux événements, de l'événement contraire. Croissance.	La formule du crible est hors programme.

c. Probabilités conditionnelles

Si $P(B) > 0$, la probabilité conditionnelle de A sachant B est définie par : $\mathbf{P}(A\|B) = \mathbf{P}_B(A) = \dfrac{\mathbf{P}(A \cap B)}{\mathbf{P}(B)}$.	
L'application $\mathbf{P}_B$ est une probabilité.	
Formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes.	Par convention, $\mathbf{P}(A\|B)\mathbf{P}(B) = 0$ lorsque $\mathbf{P}(B) = 0$.

e. Événements indépendants

Les événements A et B sont indépendants si $\mathbf{P}(A \cap B) = \mathbf{P}(A)\mathbf{P}(B)$.	Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B s'écrit $\mathbf{P}(A\|B) = \mathbf{P}(A)$.
Famille finie d'événements indépendants.	L'indépendance deux à deux n'implique pas l'indépendance.
Si A et B sont indépendants, A et $\overline{B}$ le sont aussi.	Extension au cas de n événements.

Méthodes et savoir-faire

- Identifier une probabilité uniforme (dénombrement).
- Repérer les situations se référant aux formules classiques de probabilités et les mettre en oeuvre.

Questions de cours

➜ Définir les notions suivantes : expérience aléatoire, univers, évènement, évènement élémentaire, évènement contraire, évènements incompatibles, système complet d'évènements.
Donne des exemples de système complet d'évènements.

➜ Définir une probabilité et ses premières propriétés, notion de probabilité uniforme.

➜ Définir une probabilité conditionnelle et donner la formule des probabilités composées.
Donner un exemple d'utilisation de cette formule.

★ Énoncer et établir la formule des probabilités totales et celle de Bayes.
Donner un exemple d'utilisation de ces formules.

★ Définir l'indépendance de 2 événements, donner les propriétés.
Établir que si A et B sont indépendants alors A et $\overline{B}$ le sont aussi.

➜ Indépendance mutuelle de n événements.
Traiter un exemple illustrant que l'indépendance 2 à 2 n'implique pas l'indépendance mutuelle.