

## TP 23 - Algorithmes récursifs

### Exercice 1 *Permutations*

Prog

**Objectif :** Décrire l'ensemble des permutations d'une liste L.

Mettre en place une solution récursive : l'idée repose sur le fait que connaissant les permutations de la liste L diminué d'un élément x ; alors, on obtient les permutations des éléments de L en insérant l'élément x à toutes les positions possibles de ces les permutations.

Donner le script d'une fonction `permutations(L)`.

Par exemple :

```
>>> permutations(['a','b','c'])
[['a', 'b', 'c'], ['b', 'a', 'c'], ['b', 'c', 'a'],
 ['a', 'c', 'b'], ['c', 'a', 'b'], ['c', 'b', 'a']]
```

### Exercice 2 *Sous-listes*

Prog

**Objectif :** Décrire l'ensemble des sous-listes d'une liste L.

Une sous-liste est un sous-ensemble conservant l'ordre des éléments d'une liste.

Proposer une approche récursive pour le script d'une fonction `sous_listes(L)` afin de décrire toutes les sous-listes de L.

Par exemple :

```
>>> sous_lites([1,4,6,8])
[[], [1], [1, 4], [1, 4, 6], [1, 4, 6, 8],
 [1, 4, 8], [1, 6], [1, 6, 8], [1, 8], [4],
 [4, 6], [4, 6, 8], [4, 8], [6], [6, 8], [8]]
```

### Exercice 3 *Tours de Hanoi*

Le problème mathématique des tours de Hanoi a été inventé par Édouard Lucas. Il est publié dans le tome 3 de ses *Récréations mathématiques*, parues à titre posthume en 1892.

Cette tour se compose d'étages superposés et décroissants (numérotés :  $0,1,2,3,\dots,n$ ), représentés par des disques percés à leur centre, et enfilés dans l'un des trois clous fixés sur une tablette. Le jeu consiste à déplacer la tour en enfilant les pions sur un des deux autres clous en respectant deux règles :

- déplacer un seul étage à la fois ;
- ne jamais poser un étage sur un autre plus petit.

Exemple pour déplacer 3 galets de A sur B :

```
>>> hanoi(2, 'A', 'B', 'C')
Déplacer 0 de A a B
Déplacer 1 de A a C
Déplacer 0 de B a C
Déplacer 2 de A a B
Déplacer 0 de C a A
Déplacer 1 de C a B
Déplacer 0 de A a B
```

1. Donner une fonction `hanoi(n, A, B, C)` qui détaille les étapes pour répondre au jeu.
2. Combien d'étapes sont-elles nécessaires pour déplacer  $n$  galets.
3. Proposer une animation afin de représenter les déplacements.