

Nombres complexes

Prérequis

Forme algébrique et forme exponentielle.

Pour s'échauffer

Calcul 16.1 — Écriture algébrique.



Mettre les nombres complexes suivants sous forme algébrique.

a) $(2 + 6i)(5 + i)$

e) $(2 - 3i)^4$

b) $(3 - i)(4 + i)$

f) $\frac{1}{3 - i}$

c) $(4 - 3i)^2$

g) $\frac{2 - 3i}{5 + 2i}$

d) $(1 - 2i)(1 + 2i)$

h) $e^{-i\frac{\pi}{3}}$

Calcul 16.2 — Forme exponentielle.



Mettre les nombres complexes suivants sous forme exponentielle.

a) 12

e) $-2e^{i\frac{3\pi}{5}}$

b) -8

f) $5 - 5i$

c) $\sqrt{3}i$

g) $-5 + 5i\sqrt{3}$

d) $-2i$

h) $e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{6}}$

Un calcul plus dur

Calcul 16.3 — Une simplification.



On pose $z = \frac{1 + \sqrt{2} + i}{1 + \sqrt{2} - i}$.

a) Calculer $|z|$

b) Mettre z sous forme algébrique

c) Calculer z^{2021}

Trigonométrie et nombres complexes

Prérequis

Nombres complexes, trigonométrie.

Dans toute cette fiche, x désigne une quantité réelle.

Linéarisation

Calcul 17.1



Linéariser :

a) $\cos^3(x)$

d) $\cos(3x) \sin^3(2x)$...

b) $\cos(2x) \sin^2(x)$

e) $\cos^3(2x) \cos(3x)$..

c) $\cos^2(2x) \sin^2(x)$...

f) $\sin^2(4x) \sin(3x)$...

Arc moitié, arc moyen

Calcul 17.2



Écrire sous forme trigonométrique (c'est-à-dire sous la forme $re^{i\theta}$, avec $r > 0$) :

a) $1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$

e) $-1 - e^{i\frac{\pi}{6}}$

b) $1 + e^{i\frac{7\pi}{6}}$

f) $1 - e^{i\frac{\pi}{12}}$

c) $e^{-i\frac{\pi}{6}} - 1$

g) $\frac{1 + e^{i\frac{\pi}{6}}}{1 - e^{i\frac{\pi}{12}}}$

d) $1 + ie^{i\frac{\pi}{3}}$

h) $(1 + e^{i\frac{\pi}{6}})^{27}$

Calcul 17.3



Écrire sous forme trigonométrique (c'est-à-dire sous la forme $re^{i\theta}$, avec $r > 0$) :

a) $e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{2}}$

b) $e^{i\frac{\pi}{3}} - e^{i\frac{\pi}{2}}$

Délinéarisation

Calcul 17.4



Exprimer en fonction des puissances de $\cos(x)$ et de $\sin(x)$:

a) $\cos(3x)$

b) $\sin(4x)$

Factorisation

Calcul 17.5

Factoriser :

a) $\cos(x) + \cos(3x)$

c) $\cos(x) - \cos(3x)$

b) $\sin(5x) - \sin(3x)$

d) $\sin(3x) + \sin(5x)$

Calcul 17.6

Factoriser :

a) $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x)$

b) $\cos(x) + \cos(3x) + \cos(5x) + \cos(7x)$

c) $\cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$

Intégrales

Calcul 17.7

Calculer :

a) $\int_0^\pi e^x \sin(x) dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos(x) dx$