TD26 ex 6

- Soit $P = \mathrm{mat}_{B_C}(f)$ où B_C est la base canonique de $\mathbb{R}^3$

$B_C = (\underbrace{(1,0,0)}_{e_1}, \underbrace{(0,1,0)}_{e_2}, \underbrace{(0,0,1)}_{e_3})$

$f(e_1) = (3,4,-5) = 3e_1 + 4e_2 - 5e_3$

$f(e_2) = (-4,-7,10) = -4e_1 - 7e_2 + 10e_3$

$f(e_3) = (-2,-4,6) = -2e_1 - 4e_2 + 6e_3$

alors $P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} f(e_1) & f(e_2) & f(e_3) \end{array} \\ \begin{pmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 4 & -7 & -4 \\ -5 & 10 & 6 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{array}$

En faisant le calcul de P^2, on obtient que $P^2 = P$. Or $P^2 = \mathrm{mat}_{B_C}(f \circ f)$

donc $\mathrm{mat}_{B_C}(f \circ f) = \mathrm{mat}_{B_C}(f)$ donc $f \circ f = f$

or $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3) \Rightarrow$ <u>f est une projection vectorielle</u>

- Soit $S = \mathrm{mat}_{B_C}(g)$ alors $S = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 8 & -15 & -8 \\ -10 & 20 & 11 \end{pmatrix}$

En faisant le calcul de S^2 on obtient que $S^2 = I_3$

or $S^2 = \mathrm{mat}_{B_C}(g \circ g)$ donc $\mathrm{mat}_{B_C}(g \circ g) = \mathrm{mat}_{B_C}(id_{\mathbb{R}^3})$

donc $g \circ g = id_{\mathbb{R}^3}$

or $g \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3) \Rightarrow$ <u>g est une symétrie vectorielle</u>