$\boxed{R1}$

① une pioche est considérée comme une 8-combinaison de l'ensemble des 32 cartes
↳ $\binom{32}{8}$

② un résultat est considéré comme une 3-liste sans répét de $\{1, \dots, 380\}$
→ $380 \times 379 \times 378$

③ - s'il y a remise, une résultat de l'expce peut être considéré comme une 4-liste avec répet de l'ensemble $\{B1, B2, \dots, B8, R1, \dots, R5\}$
↳ 13^4 - On est obligé de prendre cet ensemble pour que les résultats soient équiprobables (en raison des quantités distinctes de boules bleues et rouges)

- s'il n'y a pas remise, un résultat de l'expce peut être considéré comme une 4-liste sans répet de $\{B1, \dots, B8, R1, R5\}$ → $13 \times 12 \times 11$

④ un tirage est considéré comme une 3-combinaison de l'ensemble $\{1, \dots, 2n\}$ où on a numéroté les n boules blanches de 1 à n et les n boules vertes de $n+1$ à $2n$ ↳ $\binom{2n}{3}$

⑤ le résultat d'1 lancé est considéré comme une 3-liste avec répet de $\{1,2,3,4,5,6\}$ ↳ 6^3

⑥ un gpe de khôle est considéré comme une 3-combinaison de l'ensemble des élèves de la classe (supposons qu'il y a 45 É)
↳ $\binom{45}{3}$

⑦ une répartition est considéré comme une n-liste de l'ensemble $\{U_1, U_2, U_3, U_4\}$ avec répet ↳ 4^n

⑧ une répartition est considérée comme une permutation de $\{1, 2, \dots, n\}$
↳ $n!$

⑨ chaque anagramme est une permutation de l'ensemble $\{M, A, T, H, S\}$
↳ $5!$

⑩ un nombre peut être considéré comme une 6-liste avec répet de l'ensemble $\{0, 1, \dots, 9\}$ ↳ 10^6.

$\boxed{R2}$ 1) Une main de 3 cartes extraites d'un jeu de 52 cartes est une 3-combinaison d'un ensemble de cardinal 52. Le nombre de mains différentes est donc $\binom{52}{3} = \frac{52!}{3!\,49!} = \frac{52 \times 51 \times 50}{3 \times 2 \times 1} = 22\,100$.

2) Une main contenant une seule reine est déterminée par le choix d'une reine (parmi les 4 reines) puis de 2 autres cartes parmi les 48 cartes sans reine. La réponse est donc $\binom{4}{1} \times \binom{48}{2} = 4 \times \frac{48 \times 47}{2 \times 1} = 4512$.

3) Une telle main est déterminée par le choix de la ~~reine~~ de trèfle puis d'un autre trèfle qui n'est pas la reine (1 trèfle parmi $13-1 = 12$ trèfles) puis d'une troisième carte non-trèfle (1 carte parmi $52-13$)
La réponse est donc : $\binom{1}{1} \times \binom{12}{1} \times \binom{39}{1} = 12 \times 39 = 468$.

4) C'est plus simple de dénombrer le complémentaire, càd l'ensemble des mains ne contenant aucune reine : $\binom{48}{3}$. La réponse est donc $22100 - \binom{48}{3} = 4804$.

5) Soit la main contient une reine non trèfle et un trèfle non reine et une 3e carte ni reine ni trèfle. Il y a $\binom{3}{1} \times \binom{12}{1} \times \binom{36}{1}$ telles mains.
Soit la main contient la reine de trèfle et deux cartes ni reine ni trèfle.
Il y a $\binom{1}{1}\binom{36}{2}$ telles mains.
La réponse est donc $\binom{3}{1} \times \binom{12}{1} \times \binom{36}{1} + \binom{1}{1}\binom{36}{2} = 1926$.

6) On a la formule $card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$
La réponse est donc $\binom{4}{1}\binom{48}{2} + \binom{13}{1}\binom{39}{2} - 1926 = 12219$.

$\boxed{R3}$

1. un résultat est une 2-liste avec répet de l'ens $\{1,2,3,4,5,6\}$
Il y a donc 6^2 résultats différents
2. les résultats tels que la somme fasse 8 sont : $(4,4)(5,3)(3,5)(2,6)(6,2)$
Il y a donc 5 tels résultats
3. les résultats tq le max est inf ou égal à 3 sont :
$(1,1)(1,2)(1,3)(2,1)(2,2)(2,3)(3,1)(3,2)(3,3)$ → 9 tels résultats
4. les résultats tq le produit est 1 multiple de 6 sont,
$(1,6)(2,3)(2,6)(3,2)(3,4)(3,6)(4,3)(4,6)(5,6)(6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6)$
→ 15 tels résultats
5. Pour vérifier le résultat de la question 2 :

```
from random import *
def verifq2():
    c=0
    for i in range(1,7):
        for j in range(1,7):
            if i+j ==8:
                c+=1
    return c
print(verifq2())
```

$\boxed{R4}$ On enchaîne les choix ainsi :
- choix de l'emplacement des r chiffres 1 : $\binom{r+s+t}{r}$ possibilités
- choix de l'emplacement des s chiffres 2 : $\binom{s+t}{s}$ possibilités
- choix de l'emplacement des t chiffres 3 : $\binom{t}{t}$ possibilités.

On fait le produit de ces choix : $\binom{r+s+t}{r}\binom{s+t}{s} = \frac{(r+s+t)!}{r!\,s!\,t!}$

$\boxed{R5}$ Formule sans nom

On cherche à dénombrer l'ensemble des couples (A,a) constitués d'une partie A de E de card p et d'un élt a de A

- 1ère méthode : on choisit A puis a. Il y a $\binom{n}{p}$ façons de choisir les p élts de A parmi les n élts de E. A maintenant déterminée, il y a p façons de choisir un élt a de A. D'où le nb de couples (A,a) ... (n)

• 2ᵉ méthode : on choisit a puis A. Il y a n façons de choisir un élt a de E. a étant maintenant fixé, il faut déterminer une partie A de E de card p et contenant a. Cela revient à choisir $p-1$ élts parmi les $n-1$ élts de E distincts de a d'où $\binom{n-1}{p-1}$ possibilités.
Le nombre de couples (A, a) est donc : $n\binom{n-1}{p-1}$

Concl : $p\binom{n}{p} = n\binom{n-1}{p-1}$.

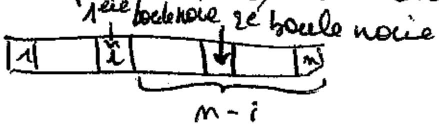
$\boxed{A1}$

①
un tirage peut être considéré comme une permutation de l'ensemble $\{1, 2, \dots, n\}$. On peut donc obtenir $n!$ tirages différents.

②
Pour placer une boule noire en 1ère position on a 2 choix (car il y a 2 boules noires). Ensuite on place les $n-1$ boules restantes : il y a $(n-1)!$ possibilités (nb de permutations d'un ensemble à $n-1$ élts).
Il y a donc $2(n-1)!$ tirages tels que la 1ère boule noire soit tirée au 1er tirage.

③ Soit $i \in \{1, \dots, n-1\}$
On enchaîne les choix de la manière suivante :
- choix de la boule noire à l'emplacement i : 2 choix
- choix de l'emplacement de la 2ᵉ boule noire : $\binom{n-i}{1}$ choix entre le tirage n° $i+1$ et le tirage n° n.
- choix de l'emplacement des $n-2$ boules rouges (numéros de tirages) : $(n-2)!$ choix

Le nombre total de tirages tels que la 1ère boule noire soit tirée au tirage i est donc le produit de ces choix :
$2(n-i)(n-2)!$



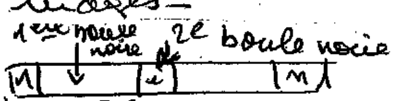
④ On enchaîne les choix :
- choix de la boule noire à l'emplacement 1 : 2 choix
- choix de l'emplacement des $n-2$ boules rouges (numéros de tirages) : $(n-2)!$ choix

Il y a donc $2(n-2)!$ tirages tels que les 2 boules noires soient tirées aux 2 1ers tirages

⑤ Soient $(i,j) \in \{1, \dots, n\}^2$ tq $i < j$. On enchaîne les choix :
- choix de la boule noire à l'emplacement i : 2 choix
- choix de l'emplacement des $n-2$ boules rouges : $(n-2)!$ choix

Réponse : $2(n-2)!$ tirages.

⑥ Soit $i \in \{2, \dots, n\}$.



On enchaîne les choix :
- choix de la boule noire à l'emplacement i : 2 choix
- choix de l'emplacement de la 1ère boule noire : $\binom{i-1}{1}$ choix entre le tirage 1 et le tirage $i-1$
- choix de l'emplacement des $n-2$ boules rouges : $(n-2)!$ choix

Réponse : $2(i-1)(n-2)!$ tirages

A2

1) Soit E l'ensemble de départ qui a p éléments.
Si on se donne un élément de E, il possède n images possibles.
Cet élément ayant son image fixée, on en prend un autre qui a alors $n-1$ images possibles, ainsi de suite.... le dernier élément de E aura $n-(p-1)$ images possibles.
Au final, le nombre recherché est : $n(n-1)\cdots(n-(p-1)) = \dfrac{n!}{(n-p)!}$

2) Le nombre de listes ordonnées de 4 1ers est : $20 \times 19 \times 18 \times 17 = 116280$

3) - Le nb de classements sans ex aequo est $4! = 24$
- Le nb de classements ayant 2 ex aequo est : $\binom{4}{2} \times 3! = \dfrac{4!}{2 \times 2} \times 3! = 36$
En effet il y a $\binom{4}{2}$ manières de choisir les 2 personnes ex aequo. Ce choix étant fait, il y a $3!$ façons de placer les individus ou le groupe de 2 aux 3 places disponibles
- Le nb de classements ayant 2 groupes de 2 ex aequo est : $\binom{4}{2} = 6$
En effet on choisit les 2 personnes en tête et cela détermine parfaitement le classement.
- Le nb de classements ayant 3 ex aequo est : $\binom{4}{3} \times 2 = 8$
En effet on choisit les 3 ex aequo ($\binom{4}{3}$ façons) et ils peuvent être en tête ou derniers.
- Le nb de classements ayant 4 ex aequo est : 1

Finalement la réponse est : $24 + 36 + 6 + 8 + 1 = 75$.

A3

1. un tirage peut être considéré comme une $p+1$-combinaison de l'ensemble $\{1, \dots, n+1\}$. On peut donc obtenir $\binom{n+1}{p+1}$ tirages différents.

2. Soit $k \in [\![1, n+1]\!]$. On enchaîne les choix :
- choix de la boule numéro k : 1 seul choix
- choix de p boules de numéros strictement inférieur à k : $\binom{k-1}{p}$ choix

Finalement : $\binom{k-1}{p}$ tirages différents. Notons que si $p \geqslant k$, ce nombre de tirages est nul.

3. Soit $k \in [\![p+1, n+1]\!]$.
Soit $\mathcal{F}_k$ le nombre de $p+1$-combinaisons de $\{1, \dots, n+1\}$ dont le plus gd élt est k. L'ensemble E des $p+1$-combinaisons de $\{1, \dots, n+1\}$ est donc la réunion $\bigcup_{k=p+1}^{n+1} \mathcal{F}_k$. $\mathrm{Card}(E) = \binom{n+1}{p+1} = \mathrm{Card}\left(\bigcup_{k=p+1}^{n+1} \mathcal{F}_k\right) = \sum_{k=p+1}^{n+1} \mathrm{Card}(\mathcal{F}_k) = \sum_{k=p+1}^{n+1} \binom{k-1}{p} = \sum_{k=p}^{n} \binom{k}{p}$