Ex 9 : Soit F le plan d'éq $x-2y-3z=0$. (w) est une bo de $F^{\perp}$

Soit $u=(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$. $p_F(u)=u-p_{F^\perp}(u)=u-\langle u,w\rangle . w$. Or $s=2p-id$

$s(u)=2p_F(u)-u \Rightarrow s(u)=u-2\langle u,w\rangle . w$

avec $w=\frac{1}{\sqrt{14}}(1,-2,3)$

$$s(x,y,z)=(x',y',z')=(x,y,z)-\frac{x-2y+3z}{7}(1,-2,3)$$

$$\left.\begin{aligned} x' &= \tfrac{1}{7}(6x+2y-3z) \\ y' &= \tfrac{1}{7}(2x+3y+6z) \\ z' &= \tfrac{1}{7}(-3x+6y-2z) \end{aligned}\right)$$

$$A=\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 6 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 6 \\ -3 & 6 & -2 \end{pmatrix}.$$

EXERCICE 10 :

$\forall u \in \mathbb{R}^3$, $\frac{1}{2}(s(u)+u) = p(u) = \langle u, w \rangle w$ où $w = \frac{1}{\sqrt{17}}(1,0,-4)$ dirige la droite $\mathbb{R}(\vec{i}-4\vec{k})$ (w est un vecteur unitaire) et où p est la projection orthogonale sur $\mathbb{R}(\vec{i}-4\vec{k})$ et où s est la symétrie orthogonale par rapport à $\mathbb{R}(\vec{i}-4\vec{k})$.

D'où $u + s(u) = 2\langle u, w\rangle w$. On pose $u = (x,y,z)$ et $s(u) = (x',y',z')$.

$$s(x,y,z) = (x',y',z') = 2\langle u, w\rangle w - u$$
$$= \frac{2}{\sqrt{17}}\left(\frac{x-4z}{\sqrt{17}}\right) w - u$$
$$= \left(\frac{2}{17}(x-4z), 0, \frac{-8}{17}(x-4z)\right) - \left(\frac{17}{17}x, \frac{17}{17}y, \frac{17}{17}z\right)$$

$$\begin{cases} x' = \frac{-15}{17}x - \frac{8}{17}z \\ y' = -y \\ z' = -\frac{8}{17}x + \frac{15}{17}z \end{cases}$$

$\Rightarrow$ La matrice recherchée est donc : $\frac{1}{17}\begin{pmatrix} -15 & 0 & -8 \\ 0 & -17 & 0 \\ -8 & 0 & 15 \end{pmatrix}$.