NOM :

Question de cours et démonstration

Donner les formules concernant :
$\sum_{k=0}^{n} 1$,
$\sum_{k=0}^{n} k$,
$\sum_{k=0}^{n} k^2$,
$\sum_{k=0}^{n} q^k$,
$a^n - b^n$.
Donner la démonstration pour $\sum_{k=0}^{n} k^2$.

Exercice 1

Calculer les sommes suivantes : $\sum_{k=0}^{n} \frac{3^{k+2}}{5^{2k-1}}$, $\sum_{k=0}^{2n} \min(n,k)$, $\sum_{k=1}^{n} \ln\left(\frac{(2k+1)k}{(k+1)(2k-1)}\right)$.

Exercice 2

1. Résoudre les équations $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan x = \sqrt{3}$ d'inconnue x.
2. Déterminer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
3. Résoudre l'équation $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \sin(x + \frac{3\pi}{4}$ d'inconnue x.

Exercice 3

Calculer les sommes doubles suivantes : $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p} (i+j)$, $\sum_{j=0}^{n} \sum_{i=j}^{n} \binom{i}{j}$, $\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=i}^{n} \frac{i}{j+1}$.

Exercice 4

Soient n, k deux entiers avec $0 \leq k \leq n$.
Montrer que $(n+1)\binom{n}{k} = (k+1)\binom{n+1}{k+1}$.
En déduire la somme $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1}\binom{n}{k}$.

NOM :

Question de cours et démonstration

Donner les formules concernant :
$\sum_{k=0}^{n} 1$,
$\sum_{k=0}^{n} k$,
$\sum_{k=0}^{n} k^2$,
$\sum_{k=0}^{n} q^k$,
$a^n - b^n$.
Donner la démonstration pour $\sum_{k=0}^{n} k^2$.

Exercice 1

Calculer les sommes suivantes : $\sum_{k=0}^{n} \frac{3^{k+2}}{5^{2k-1}}$, $\sum_{k=0}^{2n} \min(n,k)$, $\sum_{k=1}^{n} \ln\left(\frac{(2k+1)k}{(k+1)(2k-1)}\right)$.

Exercice 2

1. Résoudre les équations $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan x = \sqrt{3}$ d'inconnue x.
2. Déterminer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
3. Résoudre l'équation $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = \sin(x + \frac{3\pi}{4}$ d'inconnue x.

Exercice 3

Calculer les sommes doubles suivantes : $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}(i+j)$, $\sum_{j=0}^{n}\sum_{i=j}^{n}\binom{i}{j}$, $\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=i}^{n}\frac{i}{j+1}$.

Exercice 4

Soient n, k deux entiers avec $0 \leq k \leq n$.
Montrer que $(n+1)\binom{n}{k} = (k+1)\binom{n+1}{k+1}$.
En déduire la somme $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1}\binom{n}{k}$.