

Semaine du 14/10

1 Chapitre 4 : Généralités sur les fonctions

Dérivation

Définition d'une fonction dérivable en un point, sur un intervalle. Nombre dérivé. Fonction dérivée. Equation de la tangente en un point. Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée (résultats rappelés et non démontrés). Tableau de variation. Dérivée d'une réciproque. Interprétation géométrique de la dérivabilité et du calcul de la dérivée d'une bijection réciproque. Dérivées d'ordre supérieur. Fonction de classe C^k sur \mathbb{R} .

Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle Dérivée d'une fonction à valeurs complexes. La dérivée est définie par les parties réelle et imaginaire. Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient. Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles. Dérivée de $\exp(\phi)$ où ϕ est une fonction dérivable à valeurs complexes.

Etude d'une fonction

Détermination des symétries et des périodicités afin de réduire le domaine d'étude, tableau de variations, étude des branches infinies (asymptote verticale, asymptote horizontale, asymptote oblique, branche parabolique de direction asymptotique (Ox), de direction asymptotique (Oy), de direction asymptotique la droite d'équation $y = ax$, direction asymptotique sans branche parabolique ni asymptote), équation des tangentes, tracé du graphe. Application à la recherche d'extrema et à l'obtention d'inégalités.

Question de cours avec démonstration :

1. \diamond exercice-type : Montrer que $f : x \mapsto \frac{1}{\sin(x)}$ réalise une bijection d'un intervalle $I = \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ vers un intervalle J à déterminer. On note f^{-1} sa bijection réciproque. Sans déterminer f^{-1} , montrer que f^{-1} est dérivable sur $]1, +\infty[$ et que $\forall x \in]1, +\infty[, (f^{-1})'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ (exemple sous le théorème 3).
2. \diamond Etude des branches infinies : connaître les différents cas, le vocabulaire approprié et des exemples pour chaque cas (p14).

2 Chapitre 6 : Applications - Relations

Applications

Application d'un ensemble non vide E dans un ensemble non vide F ; graphe d'une application. Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E pour l'ensemble des applications de E dans F . Famille d'éléments d'un ensemble E indexée par un ensemble fini. Fonction indicatrice d'une partie A d'un ensemble E . Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque. Composition. Injection. Surjection. Composée de deux injections, de deux surjections. Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

Question de cours avec démonstration :

1. Soit $f \in \mathcal{F}(E, F)$. Soient $A, B \in \mathcal{P}(E)$. $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$ et $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ (propriété 1 items 1 et 3)
2. Soit $f \in \mathcal{F}(E, F)$. Soient $A, B \in \mathcal{P}(F)$. $A \subset B \Rightarrow f^{-1}(A) \subset f^{-1}(B)$ et $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$ (propr 1 items 2 et 6)
3. \diamond La composée de deux applications injectives est injective. La composée de deux applications surjectives est surjective (propr 3).
4. Si $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ sont bijectives, leur composée $g \circ f$ est aussi bijective et l'on a $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ (propr 4).

Les élèves \diamond ne seront interrogés que sur les démonstrations \diamond (voir page suivante les groupes de colles).

Il y a deux groupes de colles vides : les groupes 7 et 14.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur quelques définitions et/ou propriétés du chapitre 5 et sur une démonstration du chapitre parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra déterminer la dérivée de l'application réciproque d'une application donnée. Les exercices porteront ensuite sur les caractères injectif, surjectif, bijectif d'une application, sur les images directes et réciproques d'un ensemble et sur des études de fonctions avec branches infinies, ou sur la dérivation de fonctions complexes d'une variable réelle ou sur l'étude de la régularité d'une fonction.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

Gentil Thibaud

G1 François Matti
Fournet Simon
Douay Zoé

G9 Morchid Hiba
Personne Tom
Landot Carla

G2 Lozay-Vandenberghe Titouan
Savodnik Nicolaj
Postel Esteban ◊

G10 Cornet Chloé
Buisine Marine
Debeauvais Clara

G3 Boulard Louna (LV2) ◊
Dairaine Nathan
Chable Noa

G11 Caron Alexandre ◊
Simon Robert ◊
Fourel Maïa

G4 Senente Simon ◊
Deblangy Edouard ◊
Kraniki Enes

G12 Catto Gabriel
Fournier Antoine

G5 Bève Enzo ◊
Vilbert Lilian
Cozette Lise

G13 Karafi Ahmed ◊
Faye Cheikh-Tidiane ◊
Gouacide Mathys ◊

G6 Mete Ilhan
Felix Julien
Gautherin Jules (LV2)

G15 Canon Asybiade ◊
Loudahi Abraham ◊
Ramzi Sara

G8 Thiou Maxime
Gressier Corentin

G16 : Moussaïd Soufiane
Watel Aurélien ◊
Le Gociv Edenn