

Semaine du 4/11

## 1 Chapitre 5 : Applications - Relations

### Applications

Application d'un ensemble non vide  $E$  dans un ensemble non vide  $F$ ; graphe d'une application. Notations  $\mathcal{F}(E, F)$  et  $F^E$  pour l'ensemble des applications de  $E$  dans  $F$ . Famille d'éléments d'un ensemble  $E$  indexée par un ensemble fini. Fonction indicatrice d'une partie  $A$  d'un ensemble  $E$ . Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque. Composition. Injection. Surjection. Composée de deux injections, de deux surjections. Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

### Relations binaires

Relation binaire sur un ensemble. Relation d'équivalence, classes d'équivalence. La notion d'ensemble quotient est hors programme. Relation d'ordre. Ordre partiel, ordre total.

## 2 Chapitre 6 : Nombres complexes : équations algébriques et géométrie

### Arguments d'un nombre complexe non nul

Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme  $re^{i\theta}$  avec  $r > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$ . Arguments d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique. Argument principal. Relation de congruence modulo  $2\pi$  sur  $\mathbb{R}$ . Argument d'un produit, d'un quotient, du conjugué. Transformation de  $a \cos(t) + b \sin(t)$  en  $A \cos(t - \phi)$ .

### Exponentielle complexe

Définition de  $e^z$  pour  $z$  complexe :  $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i\operatorname{Im}(z)}$ . Notation  $\exp(z)$  ou  $e^z$ . Exponentielle d'une somme. Pour tous  $z$  et  $z'$  dans  $\mathbb{C}$ ,  $\exp(z) = \exp(z')$  si et seulement si  $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$ . Résolution de l'équation  $e^z = a$ .

### Racines $n$ -ièmes

Description des racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe non nul donné sous forme trigonométrique. Racines carrées d'un nombre complexe non nul : deux méthodes.

**Equations algébriques** Résolution des équations du second degré, discriminant. Somme et produit des racines d'une équation du second degré. Pour  $P$  fonction polynomiale à coefficients complexes admettant  $a$  pour racine, factorisation de  $P(z)$  par  $z - a$ . Mise en oeuvre de la division euclidienne de deux polynômes à coefficients complexes.

**Interprétation géométrique des nombres complexes** Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes. Interprétation géométrique des modules et argument de  $\frac{c-a}{b-a}$ .

Écriture complexe d'une translation, d'une homothétie, d'une rotation. Interprétation géométrique de la conjugaison.

Questions de cours avec démonstration :

- $\diamond$  Soit  $z \in \mathbb{C}$ ,  $|e^z| = e^{\operatorname{Re}z}$  et  $\arg e^z \equiv \operatorname{Im}z [2\pi]$  (propriété 3).
- $\diamond$  Supposons  $Z_0 \neq 0$ . Alors l'ensemble des solutions de  $z^n = Z_0$  est l'ensemble qui contient les éléments

$$\sqrt[n]{|Z_0|} e^{i\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)}, k = 0, \dots, n-1$$

où  $\theta$  est un argument de  $Z_0$  (propriété 5, deux premiers points de la démonstration).

- L'équation  $az^2 + bz + c = 0$  possède deux solutions (éventuellement confondues) valant  $\frac{-b + \delta}{2a}$  et  $\frac{-b - \delta}{2a}$ , où  $\delta$  est l'une des racines carrées du nombre complexe  $\Delta = b^2 - 4ac$  (théorème 3).
- $\diamond$  Calcul de la somme et du produit des racines  $n$ -ièmes de l'unité (propriété 8 items 4 et 6)
- Soient  $A, B, C, D$  quatre points d'affixes respectives  $z_A, z_B, z_C$  et  $z_D$  et tels que  $A \neq B$  et  $C \neq D$ . Caractérisation de  $(AB) \parallel (CD)$  à l'aide des nombres complexes (théorème 7), caractérisation de  $(AB) \perp (CD)$  (théorème 9).

Les élèves  $\diamond$  ne seront interrogés que sur les démonstrations  $\diamond$  (voir page suivante les groupes de colles).

Il y a deux groupes de colles vides : les groupes 7 et 14.

**Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.**

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur quelques définitions et/ou propriétés des chapitres 5 et 6 et sur une démonstration du chapitre parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra résoudre une équation du second degré à coefficients complexes puis montrer qu'une relation donnée est une relation d'ordre ou d'équivalence. Les exercices porteront ensuite sur la résolution d'exercices de géométrie à l'aide des nombres complexes (alignement, orthogonalité, figures planes particulières, rotation, translation, homothétie), sur les racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe non nul et les points images correspondants, ou sur les caractères injectif, surjectif, bijectif d'une application.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

Gentil Thibaud

G1 François Matti  
Fournet Simon  
Douay Zoé

G9 Morchid Hiba ◊  
Personne Tom  
Landot Carla ◊

G2 Lozay-Vandenberghe Titouan  
Savodnik Nicolaj  
Postel Esteban ◊

G10 Cornet Chloé  
Buisine Marine  
Debeauvais Clara

G3 Boulard Louna (LV2) ◊  
Dairaine Nathan  
Chable Noa

G11 Caron Alexandre ◊  
Simon Robert ◊  
Fourel Maïa ◊

G4 Senente Simon ◊  
Deblangy Edouard ◊  
Kraniki Enes

G12 Catto Gabriel  
Fournier Antoine

G5 Bève Enzo ◊  
Vilbert Lilian  
Cozette Lise

G13 Karafi Ahmed ◊  
Faye Cheikh-Tidiane ◊  
Gouacide Mathys ◊

G6 Mete Ilhan  
Felix Julien  
Gautherin Jules (LV2)

G15 Canon Asybiade ◊  
Loudahi Abraham ◊  
Ramzi Sara

G8 Thiou Maxime  
Gressier Corentin

G16 : Moussaïd Soufiane  
Watel Aurélien ◊  
Le Gociv Edenn