Semaine du 2/12

1 Chapitre 10 : Equations différentielles

Equations différentielles linéaires du premier ordre
Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre $y' + a(x)y = b(x)$ où a et b sont des fonctions continues définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ à valeurs réelles ou complexes. Equation homogène associée. Cas particulier où la fonctions a est constante. Résolution d'une équation homogène. Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène. Principe de superposition. Méthode de la variation de la constante. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
Equations différentielles linéaires du second ordre
Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants $ay'' + by' + cy = d(x)$ où a, b et c sont des scalaires et d une fonction continue à valeurs réelles ou complexes. Equation homogène associée. Résolution de l'équation homogène. Si a, b et c sont réels, description des solutions réelles. Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène. Les étudiants doivent savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre polynomial ou de la forme $t \longmapsto Ae^{\lambda t}$ avec $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$, $t \mapsto B\cos(\omega t)$ et $t \mapsto B\sin(\omega t)$ avec $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$. Principe de superposition. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Question de cours avec démonstration : Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $(E)\ : \forall x \in I,\ ay''(x)+by'(x)+cy(x) = d(x)$, où d est une fonction continue sur I, et (E_H) l'équation homogène associée. Soit S_H l'ensemble des solutions de (E_H). On suppose ici que les **constantes** a, b, c sont **complexes** ($a \neq 0$) et on cherche les solutions à valeurs complexes de (E_H).

— Pour $r \in \mathbb{C}$, la fonction $t \mapsto e^{rt}$ est solution de (E_H) ssi $ar^2 + br + c = 0$ (propr 10).
— Si l'équation caractéristique de (E_H) admet deux racines distinctes r_1 et r_2 dans $\mathbb{C}$, alors $S_H = \text{Vect}\left(t \mapsto e^{r_1 t}, t \mapsto e^{r_2 t}\right) = \left\{t \longmapsto \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}\ ;\ \lambda, \mu \in \mathbb{C}\right\}$ (propr 11 item 1).
— ⋄ Si l'équation caractéristique de (E_H) admet une racine double r, alors $S_H = \text{Vect}\left(t \mapsto e^{rt}, t \mapsto te^{rt}\right) = \left\{t \longmapsto \lambda e^{rt} + \mu te^{rt}\ ;\ \lambda, \mu \in \mathbb{C}\right\}$ (propr 11 item 2).

2 Chapitre 11 : Suites numériques

Ensembles usuels de nombres
Entiers naturels, entiers relatifs, nombres décimaux, rationnels, irrationnels, réels. Borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$. Borne inférieure. Propriété de la borne supérieure, inférieure.

Question de cours avec démonstration :
Exercice type : ⋄ Soient A et B deux parties non vides et bornées de $\mathbb{R}$, avec $A \subset B$. Ranger $\inf(A)$, $\inf(B)$, $\sup(A)$ et $\sup(B)$ dans l'ordre croissant (extrait des deux exemples en bas de la page 2).

Les élèves ⋄ ne seront interrogés que sur les démonstrations qui continennent au moins un ⋄ (voir page suivante les groupes de colles).
Il y a deux groupes de colles vides : les groupes 7 et 14.
Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève aura à résoudre DE MANIERE AUTONOME une équation différentielle du second ordre (la forme d'une solution particulière doit être connue des élèves dans chacun des trois cas (second membre polynomial ou de la forme $t \longmapsto Ae^{\lambda t}$ avec $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$, $t \mapsto B\cos(\omega t)$ et $t \mapsto B\sin(\omega t)$ avec $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$) et le principe de superposition doit être compris. Si ce n'est pas le cas, les colleurs sanctionneront les élèves au niveau de la note. Les exercices porteront ensuite sur la résolution d'un problème de Cauchy du premier ou du second ordre, sur des résolutions d'équations différentielles avec changement de fonction inconnue ou sur des résolutions d'équations différentielles du premier ordre avec raccord.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maitrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maitriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 François Matti
Fournet Simon
Douay Zoé

G2 Lozay-Vandenberghe Titouan
Savodnik Nicolaj
Postel Esteban ◇

G3 Boulard Louna (LV2) ◇
Dairaine Nathan
Chable Noa

G4 Senente Simon ◇
Deblangy Edouard
Kraniki Enes

G5 Bève Enzo ◇
Vilbert Lilian
Cozette Lise

G6 Mete Ilhan
Felix Julien
Gautherin Jules (LV2)

G8 Thiou Maxime
Gressier Corentin
Gentil Thibaud

G9 Morchid Hiba ◇
Personne Tom
Landot Carla ◇

G10 Cornet Chloé
Buisine Marine
Debeauvais Clara

G11 Caron Alexandre ◇
Simon Robert ◇
Fourel Maïa

G12 Catto Gabriel
Fournier Antoine

G13 Karafi Ahmed ◇
Faye Cheikh-Tidiane ◇
Gouacide Mathys ◇

G15 Canon Asybiade ◇
Loudahi Abraham ◇
Ramzi Sara

G16 : Moussaïd Soufiane
Watel Aurélien ◇
Le Gociv Edenn