Semaine du 16/12

Chapitre 11 : Suites numériques

Ensembles usuels de nombres
Entiers naturels, entiers relatifs, nombres décimaux, rationnels, irrationnels, réels. Borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$. Borne inférieure. Propriété de la borne supérieure, inférieure. Droite numérique achevée $\bar{\mathbb{R}}$. Valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} par défaut et par excès d'un réel. Une parie X de $\mathbb{R}$ est un intervalle si et seulement si, pour tous a et b dans X, on a $[a, b] \subset X$. **Généralités sur les suites réelles**
Modes de définition d'une suite : explicite, implicite, par récurrence. Monotonie. Suite minorée, majorée, bornée, stationnaire. **Limite d'une suite réelle**
Limite finie ou infinie d'une suite. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Unicité de la limite. Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée. Opérations sur les limites : combinaisons linéaires, produit, quotient. Produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle. Stabilité des inégalités larges par passage à la limite. Si (u_n) converge vers $\ell > 0$ alors $u_n > 0$ à partir d'un certain rang. Existence d'une limite par encadrement (limite finie), par minoration (limite $+\infty$), par majoration (limite $-\infty$). Utilisation d'une majoration de la forme $|u_n - \ell| \leq v_n$, où (v_n) converge vers 0.

Théorèmes d'existence d'une limite
Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergences par minoration ou majoration. Théorème de la limite monotone. Théorème des suites adjacentes.

Suites extraites
Suite extraite. Si une suite possède une limite, toutes ses suites extraites possèdent la même limite. Utilisation pour montrer la divergence d'une suite. Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) tendent vers ℓ alors (u_n) converge vers ℓ. Théorème de Bolzano-Weierstrass.

Traduction séquentielle de certaines propriétés
Partie dense de $\mathbb{R}$. Densité de $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Caractérisation séquentielle de la densité. **Suites particulières**
Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.
Présentation de l'étude des suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ sur quelques exemples simples. Représentation géométrique. Si (u_n) converge vers un élément ℓ en lequel f est continue, alors $f(\ell) = \ell$.

Question de cours avec démonstration :
— Définition 13 : unicité de la limite
— $\diamond$ Propriété 19 : produit de deux suites convergentes
— $\diamond$ Soit u une suite convergeant vers 0 dont tous les termes sont strictement positifs à partir d'un certain rang n_0. Alors $(1/u_n)_{n \geq n_0}$ tend vers $+\infty$ (propriété 24),
— $\diamond$ Toute suite croissante et majorée converge vers sa borne supérieure (th 1 de la limite monotone),
— Toute suite extraite d'une suite convergeant vers a converge vers a (cas où $a \in \mathbb{R}$, propriété 28),
— Propriété d'Archimède (propriété 30),
— $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sont denses dans $\mathbb{R}$ (propriété 31, sans utiliser que $\mathbb{D}$ est dense dans $\mathbb{R}$),

Les élèves $\diamond$ ne seront interrogés que sur les démonstrations qui contiennent un $\diamond$ (voir page suivante les groupes de colles).
Il y a deux groupes de colles vides : les groupes 7 et 14.
Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève aura à étudier en début de colle une suite récurrente du type $u_{n+1} = f(u_n)$ ou une suite arithmético-géométrique (méthode : ex2 sous P21). Les exercices porteront ensuite sur des études de suites : caractère borné, monotonie, nature, suites extraites ... ou sur la recherche de bornes inférieures ou supérieures d'un ensemble ou sur la densité d'une partie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maitrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maitriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 François Matti
Fournet Simon
Douay Zoé

G2 Lozay-Vandenberghe Titouan
Savodnik Nicolaj
Postel Esteban ◇

G3 Boulard Louna (LV2) ◇
Dairaine Nathan
Chable Noa

G4 Senente Simon ◇
Deblangy Edouard
Kraniki Enes

G5 Bève Enzo ◇
Vilbert Lilian
Cozette Lise

G6 Mete Ilhan
Felix Julien
Gautherin Jules (LV2)

G8 Thiou Maxime
Gressier Corentin
Gentil Thibaud

G9 Morchid Hiba
Personne Tom
Landot Carla ◇

G10 Cornet Chloé
Buisine Marine
Debeauvais Clara

G11 Caron Alexandre ◇
Simon Robert ◇
Fourel Maïa

G12 Catto Gabriel
Fournier Antoine

G13 Karafi Ahmed ◇
Faye Cheikh-Tidiane
Gouacide Mathys ◇

G15 Canon Asybiade ◇
Loudahi Abraham
Ramzi Sara

G16 : Moussaïd Soufiane
Watel Aurélien ◇
Le Gociv Edenn