Semaine du 20/01

Chapitre 13 : Limite et continuité d'une fonction en un point

Limite d'une fonction en un point Etant donné un point a de $\bar{\mathbb{R}}$ appartenant à I ou extrémité de I, limite finie ou infinie d'une fonction en a. Unicité de la limite. Si f est définie en a et possède une limite en a alors $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$. Si f possède une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a. Limite à droite, limite à gauche. Caractérisation séquentielle de la limite (finie ou infinie). Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a (combinaison linéaire, produit, quotient, composition). Passage à la limite d'une inégalité large. Existence d'une limite par encadrement (limite finie), par minoration (limite $+\infty$) et par majoration (limite $-\infty$). Théorème de la limite monotone.

Continuité en un point Continuité de f en un point a de I. Continuité à droite, à gauche. Prolongement par continuité en un point. Caractérisation séquentielle de la continuité en un point. Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.

Fonctions complexes Brève extension des définitions et résultats généraux sur les limites et la continuité. Caractérisation de la limite et de la continuité à l'aide des parties réelle et imaginaire.

Question de cours avec démonstration :
- Caractérisation séquentielle de la limite d'une fonction (sens direct ⋄⋄ : théorème 2 ; sens réciproque par transposée : propr 13)

Chapitre 14 : Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

Divisibilité et division euclidienne Divisibilité dans Z, diviseurs, multiples. Caractérisation des couples d'entiers associés. Théorème de la division euclidienne.

PGCD et algorithme d'Euclide PGCD de deux entiers naturels dont l'un au moins est non nul. Notation $a \wedge b$. Le PGCD de a et b est défini comme étant le plus grand élément (pour l'ordre naturel dans $\mathbb{N}$) de l'ensemble des diviseurs communs à a et b. Algorithme d'Euclide. L'ensemble des diviseurs communs à a et b est égal à l'ensemble des diviseurs de $a\wedge b$. $a\wedge b$ est le plus grand élément (au sens de la divisibilité) de l'ensemble des diviseurs communs à a et b. Pour $k \in \mathbb{N}$, PGCD de ka et kb. Extension au cas de deux entiers relatifs. Relation de Bézout. Détermination d'un couple de Bézout par l'algorithme d'Euclide étendu. PPCM. Notation $a \vee b$.

Entiers premiers entre eux Couple d'entiers premiers entre eux. Théorème de Bézout. Forme irréductible d'un rationnel. Lemme de Gauss.

Question de cours avec démonstration :
- Division euclidienne : unicité dans le cas où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^*$ (théorème 1).
- ⋄ Division euclidienne : existence dans le cas où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$ (théorème 1, deux premiers cas).
- Pour $k \in \mathbb{N}$, PGCD de ka et kb (propriété 2.7)
- ⋄⋄ Lemme de Gauss (propr 6)
- si $a \wedge b = 1$ alors $a \vee b = ab$ (propriété 5.3) et dans le cas général, $(a \wedge b)(a \vee b) = ab$ (propriété 5.4).

Les élèves ⋄ ne seront interrogés que sur les démonstrations qui contiennent un ou deux ⋄ (voir page suivante les groupes de colles).
Les élèves ⋄⋄ ne seront interrogés que sur les démonstrations qui contiennent deux ⋄ puis sur l'un des exercices suivants travaillés en classe pendant le cours :

- $\lim\limits_{x\to 0} \cos(\frac{1}{x})$ existe-t-elle ? (sous remarque 9 page 6)
- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 1$ si $x \in \mathbb{Q}$ et $f(x) = x$ si $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Montrer que cette fonction est discontinue en tout point $a \in \mathbb{R}$ (sous remarque 11 page 7 chap 13)
- Montrer que si $n \geq 1$, $3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ est divisible par 17 (ex2 chapitre 14)

Merci de proposer aux élèves ⊕ des exercices plus abstraits et théoriques.
Il y a deux groupes de colles vides : les groupes 7 et 14.
Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève aura à déterminer un couple des coefficients de Bézout par l'algorithme d'Euclide étendu. Les exercices porteront ensuite sur la division euclidienne, la divisibilité, le pgcd, le ppcm, la continuité ponctuelle d'une fonction, sa caractérisation séquentielle, les limites et la continuité ponctuelle des fonctions complexes, ...
Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maitrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maitriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 François Matti
Fournet Simon
Douay Zoé

G2 Lozay-Vandenberghe Titouan
Savodnik Nicolaj ⊕
Postel Esteban ⋄

G3 Boulard Louna (LV2) ⋄⋄
Dairaine Nathan
Chable Noa

G4 Senente Simon ⋄
Deblangy Edouard
Kraniki Enes

G5 Bève Enzo ⋄⋄
Vilbert Lilian
Cozette Lise

G6 Mete Ilhan
Felix Julien
Gautherin Jules (LV2) ⊕

G8 Thiou Maxime
Gressier Corentin
Gentil Thibaud

G9 Morchid Hiba
Personne Tom
Landot Carla ⋄

G10 Cornet Chloé
Buisine Marine
Debeauvais Clara

G11 Caron Alexandre ⋄
Simon Robert ⋄⋄
Fourel Maïa

G12 Catto Gabriel
Fournier Antoine

G13 Karafi Ahmed ⋄
Faye Cheikh-Tidiane
Gouacide Mathys ⋄

G15 Canon Asybiade ⋄
Loudahi Abraham
Ramzi Sara ⊕

G16 : Moussaïd Soufiane ⊕
Watel Aurélien ⋄
Le Gociv Edenn