

Ex 16 (2/43)

Soient $A, B \in K[X]$ tels que $A^2 \mid B^2$.

Soit $D = A \wedge B$. Alors $D^2 = A^2 \wedge B^2$

Or $A^2 \mid B^2$ donc un PGCD de A^2 et de B^2 est A^2

Ainsi A^2 et D^2 sont associées

$$\exists a \in K^* \text{ tq } D^2 = aA^2 \Rightarrow D^2 - b^2A^2 = 0 \text{ où } b^2 = a.$$

$$\Rightarrow (D - bA)(D + bA) = 0$$

$$\Rightarrow D = bA \text{ ou } D = -bA$$

Donc D et A sont associés

et comme $D = A \wedge B$, $D \mid B$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Donc } D \text{ et } A \text{ sont associés} \\ \text{et comme } D = A \wedge B, D \mid B \end{array} \right\} \Rightarrow A \mid B.$$