Semaine du 29/04

Chapitre 22 : Intégration

Lien entre intégrale et primitive Dérivation de $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ pour f continue.
Toute fonction continue sur un intervalle possède des primitives.
Formules de Taylor globales Formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange. L'égalité de Taylor-Lagrange est hors programme. On souligne la différence de nature entre la formule de Taylor-Young (locale) et les formules de Taylor globales.
Intégration des fonctions à valeurs complexes Brève extension des définitions et résultats précédents.

Démonstrations :

1. Si f est continue sur $[a, b]$ alors $F : x \mapsto \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est une primitive de f sur $[a, b]$(théorème 5)
2. Formule de Taylor avec reste intégral (théorème 6)
3. $\diamond\diamond$ Inégalité de Taylor-Lagrange (théorème 7)

Chapitre 23 : Applications linéaires

Généralités Application linéaire. Opérations sur les applications linéaires : combinaison linéaire, composition. Isomorphisme, réciproque. Espace vectoriel $\mathcal{L}(E, F)$ des applications linéaires de E dans F. Bilinéarité de la composition. Image directe et image réciproque d'un sous-espace par une application linéaire. Image d'une application linéaire. Noyau d'une application linéaire.
Endomorphismes Identité, homothéties. Notations id_E , id. Anneau $(\mathcal{L}(E), +, \circ)$. Notation vu pour la composée $v \circ u$. Notation u^k pour $u \in \mathcal{L}(E)$ et $k \in \mathbb{N}$. Automorphismes. Groupe linéaire. Notation $\mathcal{GL}(E)$. Notation u^k pour $u \in \mathcal{GL}(E)$ et $k \in \mathbb{Z}$.

Démonstrations :

1. $\diamond\diamond$ Image directe d'un sous-espace par une application linéaire. (théorème 2)
2. $\diamond$ Image réciproque d'un sous-espace par une application linéaire. (théorème 3)
3. Si f est un isomorphisme de E alors f^{-1} est aussi un isomorphisme de E (P3).

Les élèves qui devaient avoir colle jeudi 1er mai doivent envoyer un message à leur colleur pour demander à décaler la colle un autre jour de la semaine. Passez par le cahier de prépa (icône enveloppe) pour contacter le colleur.

Les élèves $\diamond$ ne seront interrogés que sur les démonstrations qui contiennent un ou deux $\diamond$ (voir page suivante les groupes de colles).
Les élèves $\diamond\diamond$ ne seront interrogés que sur les démonstrations qui contiennent deux $\diamond$ et sur l'un des exercices suivants :

— Pour $(a, b, c, d) \in \mathbb{K}^4$, l'application suivante est un endomorphisme de $\mathbb{K}^2$:

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{K}^2 & \longrightarrow & \mathbb{K}^2 \\ (x, y) & \longmapsto & (ax + by, cx + dy) \end{array}$$

(sous D3)

— Si λ est un scalaire non nul, l'homothétie de rapport λ est un isomorphisme de E dans E (sous D2)

— Prouver sans étude de fonction que pour tout $x \in [-\pi, \pi]$, $\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}$ (TD22 ex 2)

Merci de proposer aux élèves $\oplus$ des exercices plus abstraits et théoriques.
Il y a deux groupes de colles vides : les groupes 7 et 14.
Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra ensuite

— montrer qu'une application donnée est linéaire, définir son noyau et son image (aucune détermination de noyau ou d'image n'a encore été effectuée en classe).

— étudier rapidement une fonction du type $x \mapsto \displaystyle\int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\mathrm{d}t$: ensemble de définition, dérivabilité et calcul de la dérivée (on introduira systématiquement une primitive de f sur un intervalle pertinent, voir ex 12 du TD22 par exemple)

S'il reste du temps, les exercices porteront sur les formules de Taylor globales, sur l'intégration des fonctions à valeurs complexes, sur le lien entre primitive et intégrale...

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maitrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maitriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 François Matti
Fournet Simon ⋄⋄
Douay Zoé

G2 Lozay-Vandenberghe Titouan
Savodnik Nicolaj ⊕
Postel Esteban ⋄

G3 Boulard Louna (LV2) ⋄⋄
Dairaine Nathan
Chable Noa

G4 Senente Simon
Deblangy Edouard
Kraniki Enes

G5 Bève Enzo ⋄
Vilbert Lilian
Cozette Lise

G6 Mete Ilhan
Felix Julien
Gautherin Jules (LV2) ⊕

G8 Thiou Maxime ⋄
Gressier Corentin
Gentil Thibaud

G9 Morchid Hiba
Personne Tom
Landot Carla ⋄

G10 Cornet Chloé
Buisine Marine
Debeauvais Clara

G11 Caron Alexandre
Simon Robert ⋄⋄
Fourel Maïa

G12 Catto Gabriel
Fournier Antoine

G13 Karafi Ahmed ⋄
Faye Cheikh-Tidiane
Gouacide Mathys ⋄

G15 Canon Asybiade ⋄
Loudahi Abraham
Ramzi Sara ⊕

G16 : Moussaïd Soufiane ⊕
Watel Aurélien
Le Gociv Edenn