

Semaine du 13/10

1 Chapitre 4 : Généralités sur les fonctions

Dérivation

Définition d'une fonction dérivable en un point, sur un intervalle. Nombre dérivé. Fonction dérivée. Equation de la tangente en un point. Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée (résultats rappelés et non démontrés). Tableau de variation. Dérivée d'une réciproque. Interprétation géométrique de la dérivabilité et du calcul de la dérivée d'une bijection réciproque. Dérivées d'ordre supérieur. Fonction de classe C^k sur \mathbb{R} .

Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle Dérivée d'une fonction à valeurs complexes. La dérivée est définie par les parties réelle et imaginaire. Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient. Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles. Dérivée de $\exp(\phi)$ où ϕ est une fonction dérivable à valeurs complexes.

Etude d'une fonction

Détermination des symétries et des périodicités afin de réduire le domaine d'étude, tableau de variations, étude des branches infinies (asymptote verticale, asymptote horizontale, asymptote oblique, branche parabolique de direction asymptotique (Ox) , de direction asymptotique (Oy) , de direction asymptotique la droite d'équation $y = ax$, direction asymptotique sans branche parabolique ni asymptote), équation des tangentes, tracé du graphe. Application à la recherche d'extrema et à l'obtention d'inégalités.

Question de cours avec démonstration :

- exercice-type : Montrer que $f : x \mapsto \frac{1}{\sin(x)}$ réalise une bijection d'un intervalle $I = \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ vers un intervalle J à déterminer. On note f^{-1} sa bijection réciproque. Sans déterminer f^{-1} , montrer que f^{-1} est dérivable sur $]1, +\infty[$ et que $\forall x \in]1, +\infty[, (f^{-1})'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ (exemple sous le théorème 3).
- Etude des branches infinies : connaître les différents cas, le vocabulaire approprié et des exemples pour chaque cas (p14).

2 Chapitre 5 : Applications - Relations

Applications

Application d'un ensemble non vide E dans un ensemble non vide F ; graphe d'une application. Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E pour l'ensemble des applications de E dans F . Famille d'éléments d'un ensemble E indexée par un ensemble fini. Fonction indicatrice d'une partie A d'un ensemble E . Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque. Composition. Injection. Surjection. Composée de deux injections, de deux surjections. Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

Relations binaires

Relation binaire sur un ensemble. Relation d'équivalence, classes d'équivalence. La notion d'ensemble quotient est hors programme. Relation d'ordre. Ordre partiel, ordre total.

Question de cours avec démonstration :

1. Soit $f \in \mathcal{F}(E, F)$. Soient $A, B \in E$. $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$ et $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ (propriété 1 items 1 et 3)
2. Soit $f \in \mathcal{F}(E, F)$. Soient $A, B \in F$. $A \subset B \Rightarrow f^{-1}(A) \subset f^{-1}(B)$ et $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$ (propr 1 items 2 et 6)
3. La composée de deux applications injectives est injective. La composée de deux applications surjectives est surjective (propr 3).
4. Si $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ sont bijectives, leur composée $g \circ f$ est aussi bijective et l'on a $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ (propr 4).

Il y a trois groupes de colles vides : les groupes 7, 14 et 16.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur quelques définitions et/ou propriétés du chapitre 5 et sur une démonstration du chapitre parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra déterminer la dérivée de l'application réciproque d'une application donnée et déterminer si une relation donnée est une relation d'ordre ou d'équivalence. Les exercices porteront ensuite sur la détermination des images directes et réciproques d'un ensemble par une application usuelle, puis s'il reste du temps, sur les caractères injectif, surjectif, bijectif d'une application, sur des études de fonctions avec branches infinies, ou sur la dérivation de fonctions complexes d'une variable réelle.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 Meddah Bilal	G5 Pigeon Gabriel
El Hadi Mohammed Rayane	Mille Aslan
Darkaoui Anis	Lejeune Yoann
G2 Merluzzi Rafaël	G6 Minart Nathanaël
Lorimier Wyatt	Daoudi Naïm
Villa Baptiste	Brochard-Dechilly Pauline
G3 Druard Margaux	G7 : groupe vide
Cucherousset Jade	G8 Lieven Raphael
G4 Lippens Côme	David Corentin
Watbot Nathan	Bidaux Brunelle Antoine
Habib Salma	

G9 El Chaouch Maïssaâ
Nehlig Nathanaëlle
Makosso Ilendot Christ

Huyard Maëlys
Jemal Youssef

G10 Vanlierde Sacha
Houset Esteban
Rocheran Martin

G13 Hachet Clément
Van Poecke Lucas
Gallopain Noé

G11 Hallot Elouan
Prudhomme Esteban
Alexandre Alexis Ethan (absent depuis plus de
deux semaines)

G14 : groupe vide

G15 Charvet Maxime
Lourenço Millet Enzo
Benoit Julien

G12 Petit Inès

G16 : groupe vide