

Semaine du 3/11

1 Chapitre 5 : Applications - Relations

Applications

Application d'un ensemble non vide E dans un ensemble non vide F ; graphe d'une application. Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E pour l'ensemble des applications de E dans F . Famille d'éléments d'un ensemble E indexée par un ensemble fini. Fonction indicatrice d'une partie A d'un ensemble E . Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque. Composition. Injection. Surjection. Composée de deux injections, de deux surjections. Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

Relations binaires

Relation binaire sur un ensemble. Relation d'équivalence, classes d'équivalence. La notion d'ensemble quotient est hors programme. Relation d'ordre. Ordre partiel, ordre total.

2 Chapitre 6 : Nombres complexes : équations algébriques et géométrie

Arguments d'un nombre complexe non nul

Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme $re^{i\theta}$ avec $r > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Arguments d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique. Argument principal. Relation de congruence modulo 2π sur \mathbb{R} . Argument d'un produit, d'un quotient, du conjugué. Transformation de $a \cos(tt) + b \sin(t)$ en $A \cos(t - \phi)$.

Exponentielle complexe

Définition de e^z pour z complexe : $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i\operatorname{Im}(z)}$. Notation $\exp(z)$ ou e^z . Exponentielle d'une somme. Pour tous z et z' dans \mathbb{C} , $\exp(z) = \exp(z')$ si et seulement si $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$. Résolution de l'équation $e^z = a$.

Racines n -ièmes

Description des racines n -ièmes d'un nombre complexe non nul donné sous forme trigonométrique. Racines carrées d'un nombre complexe non nul : deux méthodes.

Équations algébriques Résolution des équations du second degré, discriminant. Somme et produit des racines d'une équation du second degré. Pour P fonction polynomiale à coefficients complexes admettant a pour racine, factorisation de $P(z)$ par $z - a$. Mise en oeuvre de la division euclidienne de deux polynômes à coefficients complexes.

Interprétation géométrique des nombres complexes Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes. Interprétation géométrique des modules et argument de $\frac{c-a}{b-a}$. Ecriture complexe d'une translation, d'une homothétie, d'une rotation. Interprétation géométrique de la conjugaison. Interprétation géométrique des applications $z \mapsto az + b$ pour $(a, b) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}$. Similitudes directes. Cas particuliers : translations, homothéties, rotations. L'étude générale des similitudes est hors programme.

Questions de cours avec démonstration :

- \diamond Soit $z \in \mathbb{C}$, $|e^z| = e^{\operatorname{Re} z}$ et $\operatorname{arg} e^z \equiv \operatorname{Im} z [2\pi]$ (propriété 3).

- Supposons $Z_0 \neq 0$. Alors l'équation $z^n = Z_0$ admet exactement n solutions qui s'écrivent :

$$\sqrt[n]{|Z_0|} e^{i(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n})}, k = 0, \dots, n-1$$

- où θ est un argument de Z_0 (propriété 5)
- L'équation $az^2 + bz + c = 0$ possède deux solutions (éventuellement confondues) valant $\frac{-b + \delta}{2a}$ et $\frac{-b - \delta}{2a}$, où δ est l'une des racines carrées du nombre complexe $\Delta = b^2 - 4ac$ (théorème 3).
- \diamond Calcul de la somme et du produit des racines n èmes de l'unité (propriété 8 items 4 et 6)
- Soient A, B, C, D quatre points d'affixes respectives z_A, z_B, z_C et z_D et tels que $A \neq B$ et $C \neq D$. Caractérisation de $(AB) \parallel (CD)$ à l'aide des nombres complexes (théorème 7), caractérisation de $(AB) \perp (CD)$ (théorème 9).
- \diamond ABC est équilatéral direct si et seulement si $z_C - z_A = e^{\frac{i\pi}{3}}(zB - zA)$, indirect si et seulement si $z_C - z_A = e^{\frac{-i\pi}{3}}(zB - zA)$ (haut page 9)

Les élèves \diamond ne seront interrogés que sur les démonstrations \diamond (voir page suivante les groupes de colles).

Il y a trois groupes de colles vides : les groupes 7, 14 et 16.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur quelques définitions et/ou propriétés des chapitres 5 et 6 et sur une démonstration du chapitre 6 parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra résoudre une équation du second degré à coefficients complexes, interpréter géométriquement une application de la forme $z \mapsto az + b$ pour $(a, b) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}$ et déterminer rapidement les racines n èmes d'un nombre complexe non nul donné. Les exercices porteront ensuite sur la résolution d'exercices de géométrie à l'aide des nombres complexes (alignement, orthogonalité, figures planes particulières, rotation, translation, homothétie, similitude), sur la réduction de $a \cos(x) + b \sin(x)$, sur la résolution d'équations polynomiales (factorisation de $P(z)$ par $z - a$, division euclidienne de polynômes à coefficients complexes), sur les racines n -ièmes d'un nombre complexe non nul et les points images correspondants, sur les relations d'ordre et d'équivalence ou sur les caractères injectif, surjectif, bijectif d'une application.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en œuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 Meddah Bilal

◊ El Hadi Mohammed Rayane
Darkaoui Anis

G2 Merluzzi Rafaël

◊ Lorimier Wyatt
◊ Villa Baptiste

G3 Druard Margaux

◊ Cucherousset Jade

G4 Lippens Côme

Watbot Nathan

Habib Salma

G5 Pageon Gabriel

Mille Aslan

Lejeune Yoann

G6 ◊ Minart Nathanaël

Daoudi Naïm

Brochard-Dechilly Pauline

G7 : groupe vide

G8 Lieven Raphael

David Corentin

Bidaux Brunelle Antoine

G9 El Chaouch Maïssaâ

Nehlig Nathanaëlle

Makosso Ilendot Christ

G10 Vanlierde Sacha

Houset Esteban

Rocheran Martin

G11 Hallot Elouan

Prudhomme Esteban

G12 ◊ Petit Inès

◊ Huyard Maëlys

Jemal Youssef

G13 Hachet Clément

◊ Van Poecke Lucas

Gallopin Noé

G14 : groupe vide

G15 Charvet Maxime

Lourenço Millet Enzo

Benoit Julien

G16 : groupe vide