

Semaine du 01/12

1 Chapitre 10 : Equations différentielles

Equations différentielles linéaires du premier ordre

Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre $y' + a(x)y = b(x)$ où a et b sont des fonctions continues définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ à valeurs réelles ou complexes. Equation homogène associée. Cas particulier où la fonction a est constante. Résolution d'une équation homogène. Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène. Principe de superposition. Méthode de la variation de la constante. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Equations différentielles linéaires du second ordre

Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants $ay'' + by' + cy = d(x)$ où a , b et c sont des scalaires et d une fonction continue à valeurs réelles ou complexes. Equation homogène associée. Résolution de l'équation homogène. Si a , b et c sont réels, description des solutions réelles. Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène. Les étudiants doivent savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre polynomial ou de la forme $t \mapsto Ae^{\lambda t}$ avec $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$, $t \mapsto B \cos(\omega t)$ et $t \mapsto B \sin(\omega t)$ avec $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$. Principe de superposition. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Question de cours avec démonstration :

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $(E) : \forall x \in I, ay''(x) + by'(x) + cy(x) = d(x)$, où d est une fonction continue sur I , et (E_H) l'équation homogène associée. Soit S_H l'ensemble des solutions de (E_H) . On suppose ici que les **constantes** a, b, c sont **complexes** ($a \neq 0$) et on cherche les solutions à valeurs complexes de (E_H) .

- $\diamond$ Pour $r \in \mathbb{C}$, la fonction $t \mapsto e^{rt}$ est solution de (E_H) ssi $ar^2 + br + c = 0$ (propr 10).
- Si l'équation caractéristique de (E_H) admet deux racines distinctes r_1 et r_2 dans $\mathbb{C}$, alors $S_H = \text{Vect}(t \mapsto e^{r_1 t}, t \mapsto e^{r_2 t}) = \{t \mapsto \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t} ; \lambda, \mu \in \mathbb{C}\}$ (propr 11 item 1).

2 Chapitre 11 : Suites numériques

Ensembles usuels de nombres

Entiers naturels, entiers relatifs, nombres décimaux, rationnels, irrationnels, réels. Borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$. Borne inférieure. Propriété de la borne supérieure, inférieure.

Question de cours avec démonstration :

- $\diamond$ Soient A et B deux parties non vides et bornées de $\mathbb{R}$, avec $A \subset B$. Ranger $\inf(A)$, $\inf(B)$, $\sup(A)$ et $\sup(B)$ dans l'ordre croissant (extrait des deux exemples en bas de la page 2).
- La borne supérieure a d'une partie X de $\mathbb{R}$ est caractérisée par : $\forall x \in X, x \leq a$ et $\forall \epsilon > 0, \exists x \in X, a - \epsilon < x$ (propr 4).
- $\diamond$ Soient A et B deux parties non vides et majorées de $\mathbb{R}$, montrer que $A + B$ admet une borne supérieure et que $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$ (exemple 4).

Les élèves $\diamond$ ne seront interrogés que sur les démonstrations $\diamond$ (voir page suivante les groupes de colles).

Il y a trois groupes de colles vides : les groupes 7, 14 et 16.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève aura à résoudre DE MANIERE AUTONOME une équation différentielle du second ordre (la forme d'une solution particulière doit être connue des élèves dans chacun des trois cas (second membre polynomial ou de la forme $t \mapsto Ae^{\lambda t}$ avec $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$ ou de la forme $t \mapsto B \cos(\omega t)$ et $t \mapsto B \sin(\omega t)$ avec $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$) et le principe de superposition doit être compris. Si ce n'est pas le cas, les colleurs sanctionneront les élèves au niveau de la note. Les exercices porteront ensuite sur la recherche de la borne supérieure ou de la borne inférieure d'un ensemble lorsqu'elles existent, puis, s'il reste du temps, sur la résolution d'un problème de Cauchy du premier ou du second ordre, sur des résolutions d'équations différentielles avec changement de fonction inconnue ou sur des résolutions d'équations différentielles du premier ordre avec raccord.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G7 : groupe vide

G1 Meddah Bilal

◊ El Hadi Mohammed Rayane

Darkaoui Anis

G8 Lieven Raphael

David Corentin

Bidaux Brunelle Antoine

G2 Merluzzi Rafaël

◊ Lorimier Wyatt

◊ Villa Baptiste

G9 El Chaouch Maïssaâ

Nehlig Nathanaëlle

Makosso Ilendot Christ

G3 Druard Margaux

◊ Cucherousset Jade

G10 Vanlierde Sacha

Houset Esteban

Rocheran Martin

G4 Lippens Côme

Watbot Nathan

Habib Salma

G11 Hallot Elouan

Prudhomme Esteban

G5 Pigeon Gabriel

Mille Aslan

Lejeune Yoann

G6 ◊ Minart Nathanaël

Daoudi Naïm

Brochard-Dechilly Pauline

G12 ◊ Petit Inès

◊ Huyard Maëlys

Jemal Youssef

G13 Hachet Clément
◊ Van Poecke Lucas
Gallopain Noé

G15 Charvet Maxime
Lourenço Millet Enzo
Benoit Julien

G14 : groupe vide

G16 : groupe vide