

Semaine du 15/12

Chapitre 11 : Suites numériques

Ensembles usuels de nombres

Entiers naturels, entiers relatifs, nombres décimaux, rationnels, irrationnels, réels. Borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$. Borne inférieure. Propriété de la borne supérieure, inférieure. Droite numérique achevée $\mathbb{R}$. Valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} par défaut et par excès d'un réel. Une partie X de $\mathbb{R}$ est un intervalle si et seulement si, pour tous a et b dans X , on a $[a, b] \subset X$.

Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite : explicite, implicite, par récurrence. Monotonie. Suite minorée, majorée, bornée, stationnaire.

Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Unicité de la limite. Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée. Opérations sur les limites : combinaisons linéaires, produit, quotient. Produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle. Stabilité des inégalités larges par passage à la limite. Si (u_n) converge vers $\ell > 0$ alors $u_n > 0$ à partir d'un certain rang. Existence d'une limite par encadrement (limite finie), par minoration (limite $+\infty$), par majoration (limite $-\infty$). Utilisation d'une majoration de la forme $|u_n - \ell| \leq v_n$, où (v_n) converge vers 0.

Théorèmes d'existence d'une limite

Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergences par minoration ou majoration. Théorème de la limite monotone. Théorème des suites adjacentes.

Suites extraites

Suite extraite. Si une suite possède une limite, toutes ses suites extraites possèdent la même limite. Utilisation pour montrer la divergence d'une suite. Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) tendent vers ℓ alors (u_n) converge vers ℓ . Théorème de Bolzano-Weierstrass.

Traduction séquentielle de certaines propriétés

Partie dense de $\mathbb{R}$. Densité de $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Caractérisation séquentielle de la densité. Si X est une partie non vide majorée de $\mathbb{R}$, il existe une suite d'éléments de X de limite $\sup X$. Si X est une partie non vide non majorée de $\mathbb{R}$, il existe une suite d'éléments de X de limite $+\infty$. Résultats analogues pour X non vide minorée.

Suites particulières

Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.

Suites récurrentes linéaires homogènes d'ordre 2 à coefficients constants.

Présentation de l'étude des suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ sur quelques exemples simples. Représentation géométrique. Si (u_n) converge vers un élément ℓ en lequel f est continue, alors $f(\ell) = \ell$.

Question de cours avec démonstration :

- Prop 9 : Suites des approximations décimales par excès et par défaut :
 Etant donné un réel x , on définit : $\forall n \in \mathbb{N}, p_n = \lfloor 10^n x \rfloor$.
 $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = p_n 10^{-n}$ (valeur approchée à 10^{-n} près par défaut de x) et
 $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = (1 + p_n) 10^{-n}$ (valeur approchée à 10^{-n} près par excès de x).
 Les suites u et v sont convergent vers x .

- Propriété 19 : produit de deux suites convergentes
- $\diamond$ Toute suite croissante et majorée converge vers sa borne supérieure (th 1 de la limite monotone),
- Toute suite extraite d'une suite convergeant vers a converge vers a (cas où $a \in \mathbb{R}$, propriété 28),
- $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sont denses dans $\mathbb{R}$ (propriété 31, sans utiliser que $\mathbb{D}$ est dense dans $\mathbb{R}$)
- $\diamond$ Si X est une partie non vide non majorée de $\mathbb{R}$, il existe une suite d'éléments de X de limite $+\infty$ (propriété 33 item 2).

Les élèves $\diamond$ ne seront interrogés que sur les démonstrations $\diamond$ (voir page suivante les groupes de colles).

Il y a trois groupes de colles vides : les groupes 7, 14 et 16.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Le reste de la colle sera coupé en trois : chaque élève aura à étudier

- une suite récurrente simple du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est croissante et continue sur un intervalle A tel que $f(A) \subset A$ et tel que $u_0 \in A$.
- une suite récurrente linéaire d'ordre 2 (très rapide, le cours doit être su)
- la densité d'une partie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

S'il reste du temps on pourra travailler des exercices plus théoriques sur les suites.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 Meddah Bilal	G5 Pagon Gabriel
$\diamond$ El Hadi Mohammed Rayane	Mille Aslan
Darkaoui Anis	Lejeune Yoann
G2 Merluzzi Rafaël	G6 $\diamond$ Minart Nathanaël
$\diamond$ Lorimier Wyatt	Daoudi Naïm
$\diamond$ Villa Baptiste	Brochard-Dechilly Pauline
G3 Druard Margaux	G7 : groupe vide
$\diamond$ Cucherousset Jade	G8 Lieven Raphael
G4 Lippens Côme	David Corentin
Watbot Nathan	Bidaux Brunelle Antoine
Habib Salma	

G9 El Chaouch Maïssaâ
Nehlig Nathanaëlle
Makosso Ilendot Christ

G10 Vanlierde Sacha
Houset Esteban
Rocheran Martin

G11 Hallot Elouan
Prudhomme Esteban

G12 ♦ Petit Inès
♦ Huyard Maëlys

♦ Jemal Youssef

G13 Hachet Clément
♦ Van Poecke Lucas
Gallopain Noé

G14 : groupe vide

G15 Charvet Maxime
Lourenço Millet Enzo
Benoit Julien

G16 : groupe vide