Semaine du 19/01

Chapitre 13 : Limite et continuité d'une fonction en un point

Limite d'une fonction en un point Etant donné un point a de $\bar{\mathbb{R}}$ appartenant à I ou extrémité de I, limite finie ou infinie d'une fonction en a. Unicité de la limite. Si f est définie en a et possède une limite en a alors $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$. Si f possède une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a. Limite à droite, limite à gauche. Caractérisation séquentielle de la limite (finie ou infinie). Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a (combinaison linéaire, produit, quotient, composition). Passage à la limite d'une inégalité large. Existence d'une limite par encadrement (limite finie), par minoration (limite $+\infty$) et par majoration (limite $-\infty$). Théorème de la limite monotone.

Continuité en un point Continuité de f en un point a de I. Continuité à droite, à gauche. Prolongement par continuité en un point. Caractérisation séquentielle de la continuité en un point. Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.

Fonctions complexes Brève extension des définitions et résultats généraux sur les limites et la continuité. Caractérisation de la limite et de la continuité à l'aide des parties réelle et imaginaire.

Question de cours avec démonstration :
- Soient E un intervalle non réduit à un singleton. Soient $a \in E$ et f et $g : E \setminus \{a\} \to \mathbb{R}$. On suppose que $\lim_{x \to a} f(x) = l \in \mathbb{R}$ et $\lim_{x \to a} g(x) = l' \in \mathbb{R}$. Alors $\lim_{x \to a} (fg)(x) = ll'$. (propr 11.2)
- $\diamond$ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 1$ si $x \in \mathbb{Q}$ et $f(x) = x$ si $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Montrer que cette fonction est discontinue en tout point $a \in \mathbb{R}$ (sous remarque 11 page 7 chap 13)
- $\diamond$ Caractérisation séquentielle de la limite d'une fonction (sens direct : théorème 2; sens réciproque par transposée : propr 13)

Chapitre 14 : Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

Divisibilité et division euclidienne Divisibilité dans Z, diviseurs, multiples. Caractérisation des couples d'entiers associés. Théorème de la division euclidienne.

PGCD et algorithme d'Euclide PGCD de deux entiers naturels dont l'un au moins est non nul. Notation $a \wedge b$. Le PGCD de a et b est défini comme étant le plus grand élément (pour l'ordre naturel dans $\mathbb{N}$) de l'ensemble des diviseurs communs à a et b. Algorithme d'Euclide. L'ensemble des diviseurs communs à a et b est égal à l'ensemble des diviseurs de $a \wedge b$. $a \wedge b$ est le plus grand élément (au sens de la divisibilité) de l'ensemble des diviseurs communs à a et b. Pour $k \in \mathbb{N}$, PGCD de ka et kb. Extension au cas de deux entiers relatifs. Relation de Bézout. Détermination d'un couple de Bézout par l'algorithme d'Euclide étendu. PPCM. Notation $a \vee b$.

Question de cours avec démonstration :
- Division euclidienne : unicité dans le cas où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$ (théorème 1).
- $\diamond$ Division euclidienne : existence dans le cas où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$ (théorème 1, deux premiers cas).
- Pour $k \in \mathbb{N}$, PGCD de ka et kb (propriété 2.7)

Les élèves $\diamond$ ne seront interrogés que sur les démonstrations $\diamond$ (voir page suivante les groupes de colles).

Il y a trois groupes de colles vides : les groupes 7, 14 et 16.
Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève aura à déterminer un couple des coefficients de Bézout par l'algorithme d'Euclide étendu. Les exercices porteront ensuite sur la division euclidienne, la divisibilité, le pgcd, le ppcm, la continuité ponctuelle d'une fonction, sa caractérisation séquentielle, les limites et la continuité ponctuelle des fonctions complexes, ...

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maitrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maitriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 Meddah Bilal
◇ El Hadi Mohammed Rayane
Darkaoui Anis

G2 Merluzzi Rafaël
◇ Lorimier Wyatt
◇ Villa Baptiste

G3 Druard Margaux
◇ Cucherousset Jade

G4 Lippens Côme
Watbot Nathan
Habib Salma

G5 Pageon Gabriel
Mille Aslan
Lejeune Yoann

G6 ◇ Minart Nathanaël
Daoudi Naïm
Brochard-Dechilly Pauline

G7 : groupe vide

G8 Lieven Raphael
David Corentin
Bidaux Brunelle Antoine

G9 ◇ El Chaouch Maïssaâ
Nehlig Nathanaëlle
Makosso Ilendot Christ

G10 Vanlierde Sacha
Houset Esteban
Rocheran Martin

G11 ◇ Hallot Elouan
Prudhomme Esteban

G12 ◇ Petit Inès
Huyard Maëlys
◇ Jemal Youssef

G13 Hachet Clément
◇ Van Poecke Lucas
Gallopin Noé

G14 : groupe vide

G15 Charvet Maxime
Lourenço Millet Enzo
Benoit Julien

G16 : groupe vide