Semaine du 09/02

Chapitre 16 : Matrices

En exercices

Chapitre 17 : Dérivation

Dérivée en un point, fonction dérivée : dérivabilité en un point, nombre dérivé. Définition par le taux d'accroissement. Développement limité à l'ordre 1. Interprétation géométrique. La dérivabilité entraine la continuité. Dérivabilité à gauche, à droite. Interprétation cinématique de la notion de dérivabilité en un point. Dérivabilité et dérivée sur un intervalle, fonction dérivée. Opération sur les fonctions dérivables et les dérivées : combinaison linéaire, produit, quotient, fonctions composées, fonctions réciproques. Tangente au graphe d'une réciproque.

Extremum local et point critique Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur. Un point critique est un zéro de la dérivée. **Théorème de Rolle et des accroissements finis** Théorème de Rolle, égalité des accroissements finis. Interprétation graphique et cinématique de ces résultats. Inégalités des accroissements finis : : si f est dérivable et si $|f'|$ est majorée par K, alors f est K-lipschitzienne. Application au suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$. Caractérisation des fonctions constantes, monotones et strictement monotones parmi les fonctions dérivables sur un intervalle. Théorème de la limite de la dérivée : Si f est dérivable sur $I \setminus \{a\}$, continue sur I et si $f'(x)$ tend vers l (réel ou infini) lorsque x tend vers a, alors $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ tend vers l lorsque x tend vers a. Interprétation géométrique. Si l est un nombre réel alors f est dérivable en a et $f'(a) = l$.

Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ Pour $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$, ensemble $\mathcal{C}^k(I)$ des fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ sur I. Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz, quotient, composition, réciproque.

Question de cours avec démonstration :

1. $\diamond$ La dérivabilité entraine la continuité (propriété 2).
2. $\diamond$ Soient f et g dérivables sur $]a,b[$ et $\alpha \in \mathbb{R}$, $f+g$, αf et fg sont dérivables sur $]a,b[$ (théorème 2).
3. Soient $f\ :\ ]a,b[\to \mathbb{R}$ et $x_0 \in]a,b[$ tels que f est dérivable en x_0. Si x_0 est un extremum pour f alors $f'(x_0) = 0$. La réciproque est fausse (condition nécessaire pas une condition suffisante) : par exemple $f\ :\ x \mapsto x^3,\ f'(0) = 0$ et 0 n'est pas un extremum de f (théorème 5).
4. $\diamond$ Théorème de Rolle avec interprétation graphique et cinématique (théorème 6).
5. Egalité des accroissements finis avec interprétation graphique et cinématique (théorème 7).
6. Formule de Leibniz (propriété 7).

Les élèves $\diamond$ ne seront interrogés que sur les démonstrations $\diamond$ (voir page suivante les groupes de colles).

Il y a trois groupes de colles vides : les groupes 7, 14 et 16.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours (par exemple une ou deux dérivées usuelles) et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève aura à étudier la dérivabilité d'une fonction en un point par la limite du taux d'acccroissement et une autre par le théorème de la limite de la dérivée (modèles à retravailler : étude de la dérivabilité en 0 de $x \mapsto arcsin(1-x^4)$ sous rq11 ; $f \ : \ x \mapsto \cos\sqrt{x}$ est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}_+$ au bas de la page 8). Les exercices porteront ensuite sur la recherche d'une dérivée n-ième, sur les variations d'une fonction, sur la dérivée de la bijection réciproque, d'une composée, sur le théorème de Rolle, sur l'application du théorème des accroissements finis à l'étude de suites récurrentes définies par $u_{n+1} = f(u_n)$, sur des exercices sur le calcul matriciel (binôme de Newton, inversibilité d'une matrice avec paramètre, matrices symétriques et antisymétriques).

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maitrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maitriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 Meddah Bilal
◇ El Hadi Mohammed Rayane
Darkaoui Anis

G2 Merluzzi Rafaël
◇ Lorimier Wyatt
◇ Villa Baptiste

G3 Druard Margaux
◇ Cucherousset Jade

G4 Lippens Côme
Watbot Nathan
Huyard Maëlys

G5 Pageon Gabriel
Mille Aslan
Lejeune Yoann

G6 ◇ Minart Nathanaël
Daoudi Naïm
Brochard-Dechilly Pauline

G7 : groupe vide

G8 Lieven Raphael
David Corentin
Bidaux Brunelle Antoine

G9 ◇ El Chaouch Maïssaâ
Nehlig Nathanaëlle
Makosso Ilendot Christ

G10 Vanlierde Sacha
Houset Esteban
Rocheran Martin

G11 ◇ Hallot Elouan
Prudhomme Esteban

G12 ◇ Petit Inès
Habib Salma
◇ Jemal Youssef

G13 Hachet Clément
◇ Van Poecke Lucas
Gallopin Noé

G14 : groupe vide

G15 Charvet Maxime
Lourenço Millet Enzo
Benoit Julien

G16 : groupe vide