Semaine du 07/04

# Chapitre 18 : Polynômes

**Formule d'interpolation de Lagrange** Si $x_1$ , . . . , $x_n$ sont des éléments distincts de $\mathbb{K}$ et $y_1$ , . . . , $y_n$ des éléments de $\mathbb{K}$, il existe un unique polynôme $P \in \mathbb{K}_{n-1}[X]$ tel que $P(x_i) = y_i$ pour tout $i$. Expression de $P$.

# Chapitre 20 : Analyse asymptotique

voir programme précédent.
**Problèmes d'analyse asymptotique** Exemples de développements asymptotiques, dans les cadres discret et continu : fonctions réciproques, équations à paramètre, suites récurrentes, suites d'intégrales.
La notion d'échelle de comparaison est hors programme. Formule de Stirling. Traduction comme développement asymptotique de $\ln(n!)$
Démonstration :
⋄ Formule de Stirling (admise pour l'instant). Traduction comme développement asymptotique de $ln(n!)$. Equivalent de $\binom{2n}{n}$ (exemple bas page 12) voir video

# Chapitre 21 : Espaces vectoriels

**Espaces vectoriels** Structure de $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Espaces $\mathbb{K}^n$ , $\mathbb{K}[X]$, $M_{n,p}(\mathbb{K})$. Produit d'un nombre fini de $\mathbb{K}$-espaces vectoriels. Espace vectoriel des fonctions d'un ensemble dans un espace vectoriel. Espace $\mathbb{K}^\Omega$ , cas particulier $\mathbb{K}^\mathbb{N}$ . Famille presque nulle (ou à support fini) de scalaires, combinaison linéaire d'une famille de vecteurs.
**Sous-espaces vectoriels** Sous-espace vectoriel : définition, caractérisation. Sous-espace nul. Droite vectorielle. Plan vectoriel de $R^3$. Sous-espace $\mathbb{K}_n[X]$ de $\mathbb{K}[X]$. Intersection d'une famille de sous-espaces vectoriels. Ensemble des solutions d'un système linéaire homogène. Sous-espace vectoriel engendré par une partie A. Notations $\text{Vect}(A)$, $\text{Vect}(x_i)_{i\in I}$. Tout sous-espace vectoriel contenant $A$ contient $\text{Vect}(A)$.
**Somme de deux sous-espaces** Somme de deux sous-espaces. Somme directe de deux sous-espaces. Caractérisation par l'intersection. La somme $F + G$ est directe si la décomposition de tout vecteur de $F + G$ comme somme d'un élément de F et d'un élément de G est unique. Sous-espaces supplémentaires.
Démonstrations :

1. ⋄ L'intersection de deux sev de $E$ est un sev de $E$ (propr 5)
2. ⋄ $\text{Vect}(A)$ est l'ensemble des combinaisons linéaires de $A$ dans le cas où $A$ est une partie finie de $E$ (propr 7)
3. ⋄ Deux sev de $E$ $E_1$ et $E_2$ sont en somme directe ssi $E_1 \cap E_2 = \{0_E\}$ (propr 10).
4. Si $F$ et $G$ sont deux sev de $E$ alors $F + G = \text{Vect}(F \cup G)$.

# Chapitre 22 : Intégration

**Continuité uniforme** Continuité uniforme. Exemple des fonctions lipschitziennes. Théorème de Heine.
**Fonctions continues par morceaux** Subdivision d'un segment, pas d'une subdivision. Fonction en escalier, fonction continue par morceaux. Les fonctions sont définies sur un segment et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Structure de sous-espace vectoriel et de sous-anneau de l'ensemble des fonctions en escalier sur un segment à valeurs dans $\mathbb{R}$.
**Intégrale d'une fonction en escalier sur un segment** Intégrale d'une fonction en escalier sur un segment à valeurs dans $\mathbb{R}$. Interprétation géométrique de l'intégrale. Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale. Inégalité triangulaire intégrale ou inégalité de la valeur absolue. Relation de Chasles.
Démonstration :
Soient $f, g \in \mathcal{E}\left([a,b], \mathbb{R}\right)$ et $\lambda \in \mathbb{R}$.
$\displaystyle\int_{[a,b]} f+g = \int_{[a,b]} f + \int_{[a,b]} g$. et $\displaystyle\int_{[a,b]} \lambda f = \lambda \int_{[a,b]} f$.

**Les élèves $\diamond$ ne seront interrogés que sur les démonstrations $\diamond$ (voir page suivante les groupes de colles)**.
Il y a trois groupes de colles vides : les groupes 7, 14 et 16.
**Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.**

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer une démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra ensuite

- donner deux DL de fonctions usuelles en 0 (les DL doivent être sus)
- montrer que deux sous-espaces vectoriels donnés $E_1$ et $E_2$ sont des sous-espaces vectoriels supplémentaires et déterminer le projeté d'un vecteur donné sur $E_1$ parallèlement à $E_2$.
- donner rapidement le polynôme d'interpolation de Lagrange d'une fonction $f$ associé à une famille de trois éléments $(x_1, x_2, x_3)$ (dans le cas où $f$, $x_1$, $x_2$ et $x_3$ prennent des valeurs simples). Voir video pour s'entrainer.
- déterminer rapidement le DL d'une fonction ailleurs qu'en 0

S'il reste du temps, les exercices porteront ensuite sur les espaces vectoriels (opérations sur les espaces vectoriels, exercices plus théoriques)
Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maitrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maitriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 Meddah Bilal
El Hadi Mohammed Rayane
Darkaoui Anis

G2 Merluzzi Rafaël
◇ Lorimier Wyatt
◇ Villa Baptiste

G3 Druard Margaux
◇ Cucherousset Jade

G4 Lippens Côme
Watbot Nathan
Huyard Maëlys

G5 Pageon Gabriel
Mille Aslan
Lejeune Yoann

G6 ◇ Minart Nathanaël
Daoudi Naïm
Brochard-Dechilly Pauline

G7 : groupe vide

G8 Lieven Raphael
David Corentin
Bidaux Brunelle Antoine

G9 ◇ El Chaouch Maïssaâ
Nehlig Nathanaëlle
Makosso Ilendot Christ

G10 Vanlierde Sacha
Houset Esteban
Rocheran Martin

G11 ◇ Hallot Elouan
Prudhomme Esteban

G12 ◇ Petit Inès
Habib Salma
◇ Jemal Youssef

G13 Hachet Clément
◇ Van Poecke Lucas
Gallopin Noé

G14 : groupe vide

G15 Charvet Maxime
Lourenço Millet Enzo
Benoit Julien

G16 : groupe vide