Ex2 à la fin du chapitre 18

Déterminer le polynôme de $\mathbb{R}_2[X]$ tq $P(0)=2$ $P(2)=1$ $P(4)=2$

th 11 avec $n=3$, $x_1=0$ $x_2=2$ $x_3=4$ $y_1=2$ $y_2=1$ $y_3=2$

$\exists!\ P\in\mathbb{R}_2[X]$ tq $\forall i\in[\![1,3]\!]$, $P(x_i)=y_i$ et ce polynôme est unique. Il s'agit de $P=\sum_{j=1}^{3} y_j L_j$

ici on obtient $P=y_1L_1+y_2L_2+y_3L_3$

D31 $\rightarrow$ $P=2\dfrac{(X-x_2)(X-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+1\dfrac{(X-x_1)(X-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+2\dfrac{(X-x_1)(X-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$

$P=2\dfrac{(X-2)(X-4)}{-2\times-4}+\dfrac{(X)(X-4)}{(2-0)(2-4)}+2\dfrac{(X-0)(X-2)}{(4-0)(4-2)}$

à simplifier

Ex3 à la fin du chapitre 18

Déterminer le polynôme de $\mathbb{R}_3[X]$ tq $P(0)=-2$, $P(1)=0$, $P(2)=1$ et $P(3)=4$

th 11 avec $n=4$, $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=2$ $x_4=3$

$y_1=-2$ $y_2=0$ $y_3=1$ $y_4=4$

$\exists!\ P\in\mathbb{R}_3[X]$ et $\forall i\in[\![1,4]\!]$, $P(x_i)=y_i$ et ce polynôme est unique. Il s'agit de $P=\sum_{j=1}^{4} y_j L_j$

ici on obtient $P=y_1L_1+y_2L_2+y_3L_3+y_4L_4$

$P=-2\times\dfrac{(X-x_2)(X-x_3)(X-x_4)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}+0+1\times\dfrac{(X-x_1)(X-x_2)(X-x_4)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}+4\dfrac{(X-x_1)(X-x_2)(X-x_3)}{(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}$

$P=-2\dfrac{(X-1)(X-2)(X-3)}{-1\times(-2)\times(-3)}+\dfrac{(X-0)(X-1)(X-3)}{(2-0)(2-1)(2-3)}+4\dfrac{X(X-1)(X-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)}$

à simplifier

Un exercice de ce type vous sera demandé en colle

Attention $P\in\mathbb{R}_2[X]$ ne signifie pas que P est de degré 2 mais que P est de degré au plus 2.