

Semaine du 01/06

Chapitre 25 : Séries

Vocabulaire propre aux séries : terme général, suite des sommes partielles, nature, somme lorsque la série converge, reste d'ordre n .

La somme de deux séries convergentes est convergente, le produit d'une série convergente par un scalaire est une série convergente, une combinaison linéaire de deux séries convergentes est convergente.

Situation de divergence grossière (si $\lim u \neq 0$ alors $\sum u_n$ diverge).

Séries de référence : série harmonique, séries géométriques, séries télescopiques, séries de Riemann, séries exponentielles.

Séries à termes positifs : convergence ssi la suite des sommes partielles est majorée. Comparaison série-intégrale. Si f est monotone, encadrement des sommes partielles de $\sum f(n)$ à l'aide de la méthode des rectangles. Théorème d'équivalence. Comparaison série-série.

Convergence absolue : définition. Toute série numérique absolument convergente est convergente. Inégalité triangulaire. Règle de domination.

Séries alternées : définition. Critère des séries alternées.

Obtention de la nature d'une série à l'aide d'un développement asymptotique.

Démonstration :

- toute série qui converge absolument est une série convergente (th4)
- \diamond critère des séries alternées (th6)

Chapitre 26 : Matrices et applications linéaires

Matrice d'une application linéaire dans des bases Matrice d'un vecteur, d'une famille de vecteurs dans une base, d'une application linéaire dans un couple de bases, d'un endomorphisme dans une base. Isomorphisme d'espaces vectoriels de $\mathcal{L}(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ sur $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ induit par le choix d'un couple de bases. Isomorphisme d'espaces vectoriels et d'anneaux de $\mathcal{L}(E)$ sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ induit par le choix d'une base. Coordonnées de l'image d'un vecteur par une application linéaire. Matrice d'une composée d'applications linéaires. Lien entre matrices inversibles et isomorphismes. Cas particulier des endomorphismes.

Application linéaire canoniquement associée à une matrice Application linéaire canoniquement associée à une matrice. **Changements de bases** Matrice de passage d'une base à une autre. Inversibilité et inverse d'une matrice de passage. Effet d'un changement de base sur la matrice d'un vecteur. Effet d'un changement du couple de bases sur la matrice d'une application linéaire. Effet d'un changement de base sur la matrice d'un endomorphisme. Exemples de recherche d'une base dans laquelle la matrice d'un endomorphisme donné est simple.

Matrices semblables et trace Matrices semblables. Interprétation géométrique. Exemples de recherche d'une matrice simple semblable à une matrice donnée.

Démonstrations :

- $\text{mat}_{\mathcal{B}_1\mathcal{B}_3}(g \circ f) = \text{mat}_{\mathcal{B}_2\mathcal{B}_3}(g) \times \text{mat}_{\mathcal{B}_1\mathcal{B}_2}(f)$ (définition 5)
- \diamond Soit $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que $\text{mat}_{\mathcal{B}}(f) = M$, alors M est **inversible** ssi f est bijective et dans ce cas $M^{-1} = \text{mat}_{\mathcal{B}}(f^{-1})$ (propr 2)

- \diamond formule de changement de bases pour une application linéaire (paragraphe 2.3)
- Deux matrices sont semblables si et seulement si elles représentent le même endomorphisme dans deux bases de E (propr 7).

Les élèves \diamond ne seront interrogés que sur les démonstrations \diamond (voir page suivante les groupes de colles).

Il y a trois groupes de colles vides : les groupes 7, 14 et 16.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur des questions de cours et devra restituer très rapidement une démonstration ou une partie de démonstration parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra ensuite trouver l'expression analytique de l'application linéaire canoniquement associée à une matrice donnée, écrire la matrice d'une application linéaire relativement à deux bases données et déterminer la nature de séries dont le terme général n'est pas de signe constant. Les exercices porteront ensuite sur la recherche d'équivalents de sommes partielles de séries divergentes, le calcul de la somme d'une série convergente, la formule de changement de bases.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 Meddah Bilal

\diamond El Hadi Mohammed Rayane

Darkaoui Anis

G2 Merluzzi Rafaël

\diamond Lorimier Wyatt

\diamond Villa Baptiste

G3 Druard Margaux

\diamond Cucherousset Jade

G4 Lippens Côme

Watbot Nathan

Huyard Maëlys

G5 Pigeon Gabriel

Mille Aslan

Lejeune Yoann

G6 \diamond Minart Nathanaël

\diamond Daoudi Naïm

Brochard-Dechilly Pauline

G7 : groupe vide

G8 \diamond Lieven Raphael

David Corentin

Bidaux Brunelle Antoine

G9 \diamond El Chaouch Maïssâ

Nehlig Nathanaëlle

Makosso Ilendot Christ

G10 \diamond Vanlierde Sacha

Houset Esteban

Rocheran Martin

G11 \diamond Hallot Elouan

Prudhomme Esteban

G12 ◊ Petit Inès
Habib Salma
◊ Jemal Youssef

G13 Hachet Clément
◊ Van Poecke Lucas
Gallopain Noé

G14 : groupe vide

G15 Charvet Maxime
Lourenço Millet Enzo
Benoit Julien

G16 : groupe vide