

P15 deun

Soit E un ensemble fini de cardinal n

$\mathcal{P}(E)$ est la réunion disjointe de tous les sous-ensembles de E qui ont p éléments, c'est-à-dire de toutes les p -combis de E pour p allant de 0 à n . Notons $C_p(E)$ l'ensemble de toutes les parties de E qui ont p éléments.

$$\text{Card}(\mathcal{P}(E)) = \text{Card}\left(\bigcup_{p=0}^n C_p(E)\right) \stackrel{\text{réunion disjointe}}{=} \sum_{p=0}^n \text{Card}(C_p(E))$$

$$= \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} = \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} 1^p 1^{n-p}$$

binôme de
Newton

$$= (1+1)^n = 2^n$$