

Semaine du 12/10 à déclarer en semaine 5 sur Récolte

1 Chapitre 4 : Généralités sur les fonctions

Dérivation

Définition d'une fonction dérivable en un point, sur un intervalle. Nombre dérivé. Fonction dérivée. Equation de la tangente en un point. Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée (résultats rappelés et non démontrés). Tableau de variation. Dérivée d'une réciproque. Interprétation géométrique de la dérivabilité et du calcul de la dérivée d'une bijection réciproque. Dérivées d'ordre supérieur. Fonction de classe $\mathcal{C}^k$ sur $\mathbb{R}$.

Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle Dérivée d'une fonction à valeurs complexes. La dérivée est définie par les parties réelle et imaginaire. Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient. Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles. Dérivée de $\exp(\phi)$ où ϕ est une fonction dérivable à valeurs complexes.

Etude d'une fonction

Détermination des symétries et des périodicités afin de réduire le domaine d'étude, tableau de variations, étude des branches infinies (asymptote verticale, asymptote horizontale, asymptote oblique, branche parabolique de direction asymptotique (Ox) , de direction asymptotique (Oy) , de direction asymptotique la droite d'équation $y = ax$, direction asymptotique sans branche parabolique ni asymptote), équation des tangentes, tracé du graphe. Application à la recherche d'extrema et à l'obtention d'inégalités.

Question de cours avec démonstration :

- exercice-type : Montrer que $f : x \mapsto \frac{1}{\sin(x)}$ réalise une bijection d'un intervalle $I = \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ vers un intervalle J à déterminer. On note f^{-1} sa bijection réciproque. Sans déterminer f^{-1} , montrer que f^{-1} est dérivable sur $]1, +\infty[$ et que $\forall x \in]1, +\infty[, (f^{-1})'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ (exemple sous le théorème 3).

2 Chapitre 5 : Applications - Relations

Applications

Application d'un ensemble non vide E dans un ensemble non vide F ; graphe d'une application. Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E pour l'ensemble des applications de E dans F . Famille d'éléments d'un ensemble E indexée par un ensemble fini. Fonction indicatrice d'une partie A d'un ensemble E . Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque. Composition. Injection. Surjection. Composée de deux injections, de deux surjections. Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

Relations binaires

Relation binaire sur un ensemble. Relation d'équivalence. La notion d'ensemble quotient est hors programme. Relation d'ordre.

Question de cours avec démonstration :

1. Soit $f \in \mathcal{F}(E, F)$. Soient $A, B \in E$. $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$.
Soient $A, B \in F$. $A \subset B \Rightarrow f^{-1}(A) \subset f^{-1}(B)$ (propriété 1 items 1 et 2)
2. $\#$ Soit $f \in \mathcal{F}(E, F)$.
Soient $A, B \in E$. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
Soient $A, B \in F$. $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$ (propr 1 items 3 et 6)
3. La composée de deux applications injectives est injective. La composée de deux applications surjectives est surjective (propr 3).

Les démonstrations $\#$ ne peuvent être posées qu'aux élèves $\#$ (voir page suivante les groupes de colles). Les autres démonstrations peuvent être posées à tous les élèves.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattraper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur quelques définitions et/ou propriétés du chapitre 5 et sur une démonstration du chapitre parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra faire une étude de branche infinie rapide (en autonomie, le vocabulaire doit être connu), déterminer la dérivée de l'application réciproque d'une application donnée et enfin déterminer si une application donnée est injective ou surjective. Les exercices porteront ensuite sur la détermination des images directes et réciproques d'un ensemble par une application usuelle, puis s'il reste du temps sur la dérivation de fonctions complexes d'une variable réelle.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 $\#$ DUPONT Lucie	G5 $\#$ MORAGNY Romain
NGASSU Anny-July	$\#$ DONG David
IUSUPOV Timur	$\#$ BRIDIER Dimitri
G2 $\#$ GRIFFON Mathurin	G6 $\#$ STORTZ Mathys
$\#$ DARSIN Icare	$\#$ BROUZES Nathan
CARLIER Gaspard	$\#$ AIGOUY Alric
G3 VAN HOVE Laly	G7 : POITE Enzo
LUCAS Paulina	$\#$ FUSILI Benjamin
LOBRY Anne-Lise	$\#$ LEBARBIER Leo
G4 $\#$ RICART Yens	G8 HERNEQUE Hugo
$\#$ BEAUVAIS Simon	$\#$ DENIS Mathéo
$\#$ KANE Bouna	MARLOT Julien

G9 ‡ FABRY Madeleine
‡ EL MORABIT Kawtar

G10 AKTEPE Serkan
BRIOIS Baptiste
MIANNÉ Louis

G11 ‡ PRANDI Eva
COLINEAUX Romane
ATOUB Yanis-Mathis

G12 NAJEAN Margaux
GALLOT-RODIEN Hanako
BEGRICHE–GHEORGHE Carole

G13 BRAHIMI Alain
BREUVART Mathis
‡ BOUILLEZ Adrien

G14 : ‡ LEBLOND Thomas
MONTURY Théo
STOURBE Antonin

G15 PENET-BRUN Julien
MAYAR Ahmad
TURIAF Mathys

G16 : SAROUILLE Antony
‡ HAMOUDI Sofiane