

Semaine du 2/11 à déclarer en semaine 6 sur Récolte

1 Chapitre 5 : Applications - Relations

Applications

Application d'un ensemble non vide E dans un ensemble non vide F ; graphe d'une application. Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E pour l'ensemble des applications de E dans F . Famille d'éléments d'un ensemble E indexée par un ensemble fini. Fonction indicatrice d'une partie A d'un ensemble E . Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque. Composition. Injection. Surjection. Composée de deux injections, de deux surjections. Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

Relations binaires

Relation binaire sur un ensemble. Relation d'équivalence, classes d'équivalence. La notion d'ensemble quotient est hors programme. Relation d'ordre. Ordre partiel, ordre total.

2 Chapitre 6 : Nombres complexes : équations algébriques et géométrie

Arguments d'un nombre complexe non nul

Ecriture d'un nombre complexe non nul sous la forme $re^{i\theta}$ avec $r > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Arguments d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique. Argument principal. Relation de congruence modulo 2π sur $\mathbb{R}$. Argument d'un produit, d'un quotient, du conjugué. Transformation de $a \cos(t) + b \sin(t)$ en $A \cos(t - \phi)$.

Exponentielle complexe

Définition de e^z pour z complexe : $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i\operatorname{Im}(z)}$. Notation $\exp(z)$ ou e^z . Exponentielle d'une somme. Pour tous z et z' dans $\mathbb{C}$, $\exp(z) = \exp(z')$ si et seulement si $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$. Résolution de l'équation $e^z = a$.

Racines n -ièmes

Description des racines n -ièmes d'un nombre complexe non nul donné sous forme trigonométrique. Racines carrées d'un nombre complexe non nul : deux méthodes.

Equations algébriques Résolution des équations du second degré, discriminant. Somme et produit des racines d'une équation du second degré. Pour P fonction polynomiale à coefficients complexes admettant a pour racine, factorisation de $P(z)$ par $z - a$. Mise en oeuvre de la division euclidienne de deux polynômes à coefficients complexes.

Interprétation géométrique des nombres complexes Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes. Interprétation géométrique des modules et argument de $\frac{c - a}{b - a}$.

Ecriture complexe d'une translation, d'une homothétie, d'une rotation. Interprétation géométrique de la conjugaison. Interprétation géométrique des applications $z \mapsto az + b$ pour $(a, b) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}$. Similitudes directes. Cas particuliers : translations, homothéties, rotations. L'étude générale des similitudes est hors programme.

Questions de cours avec démonstration :

- ‡ Supposons $Z_0 \neq 0$. Alors l'équation $z^n = Z_0$ admet exactement n solutions qui s'écrivent :

$$\sqrt[n]{|Z_0|} e^{i(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n})}, k = 0, \dots, n-1$$

où θ est un argument de Z_0 (propriété 5)

- L'équation $az^2 + bz + c = 0$ possède deux solutions (éventuellement confondues) valant $\frac{-b+\delta}{2a}$ et $\frac{-b-\delta}{2a}$, où δ est l'une des racines carrées du nombre complexe $\Delta = b^2 - 4ac$ (théorème 3).
- Calcul de la somme et du produit des racines n èmes de l'unité (propriété 8 items 4 et 6)
- Soient A, B, C, D quatre points d'affixes respectives z_A, z_B, z_C et z_D et tels que $A \neq B$ et $C \neq D$. Caractérisation de $(AB) \parallel (CD)$ à l'aide des nombres complexes (théorème 7), caractérisation de $(AB) \perp (CD)$ (théorème 9).

Les démonstrations ‡ ne peuvent être posées qu'aux élèves ‡ (voir page suivante les groupes de colles). Les autres démonstrations peuvent être posées à tous les élèves.

Tout élève absent doit signaler son absence au plus tôt au colleur par l'intermédiaire du cahier de prépa, AVANT la colle ! et doit ensuite contacter le colleur pour rattrapper cette colle à son retour.

Chaque élève sera interrogé en début de colle sur quelques définitions et/ou propriétés des chapitres 5 et 6 et sur une démonstration du chapitre 6 parmi celles listées ci-dessus. Chaque élève devra résoudre une équation du second degré à coefficients complexes, montrer qu'une relation est une relation d'ordre ou d'équivalence et déterminer rapidement les racines n èmes d'un nombre complexe non nul donné. Les exercices porteront ensuite sur la résolution d'exercices de géométrie à l'aide des nombres complexes (alignement, orthogonalité, figures planes particulières, rotation, translation, homothétie, similitude), sur la réduction de $a \cos(x) + b \sin(x)$, sur la résolution d'équations polynomiales (factorisation de $P(z)$ par $z - a$, division euclidienne de polynômes à coefficients complexes), sur les racines n -ièmes d'un nombre complexe non nul et les points images correspondants ou sur les caractères injectif, surjectif, bijectif d'une application.

Une note sur 20 sera donnée à l'issue de la colle, qui sera décomposée en une note sur 10 relative à son niveau de maîtrise des connaissances du cours tout au long de la colle (y compris dans les exercices) et une note sur 10 relative à sa capacité à calculer, à chercher, à raisonner, à mettre en oeuvre des méthodes et des stratégies, à maîtriser le formalisme mathématique, à argumenter et à communiquer.

Groupes de colle :

G1 ‡ DUPONT Lucie
NGASSU Anny-July
IUSUPOV Timur

G3 VAN HOVE Laly
LUCAS Paulina
LOBRY Anne-Lise

G2 ‡ GRIFFON Mathurin
‡ DARSIN Icare
CARLIER Gaspard

G4 ‡ RICART Yens
‡ BEAUVAIS Simon
‡ KANE Bouna

G5 ‡ MORAGNY Romain
‡ DONG David
‡ BRIDIER Dimitri

G6 ‡ STORTZ Mathys
‡ BROUZES Nathan
‡ AIGOUY Alric

G7 : POITE Enzo
‡ FUSILI Benjamin
‡ LEBARBIER Leo

G8 HERNEQUE Hugo
‡ DENIS Mathéo
MARLOT Julien

G9 ‡ FABRY Madeleine
‡ EL MORABIT Kawtar

G10 AKTEPE Serkan
BRIOIS Baptiste
MIANNÉ Louis

G11 ‡ PRANDI Eva

COLINEAUX Romane
ATOUB Yanis-Mathis

G12 NAJEAN Margaux
GALLOT-RODIEN Hanako
BEGRICHE-GHEORGHE Carole

G13 BRAHIMI Alain
BREUVART Mathis
‡ BOUILLEZ Adrien

G14 : ‡ LEBLOND Thomas
MONTURY Théo
STOURBE Antonin

G15 PENET-BRUN Julien
MAYAR Ahmad
TURIAF Mathys

G16 : SAROUILLE Antony
‡ HAMOUDI Sofiane